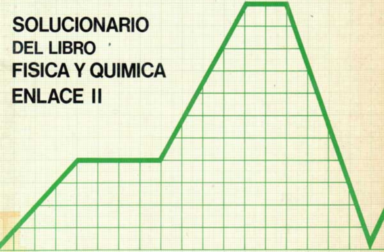
A. MARTINEZ LORENZO

800
CUESTIONES Y PROBLEMAS RESUELTOS DE
FISICA Y QUIMICA

SOLUCIONARIO
DEL LIBRO
FISICA Y QUIMICA
ENLACE II



2º BACHILLERATO

editorial bruño

800
CUESTIONES Y PROBLEMAS RESUELTOS DE
FISICA Y QUIMICA

A. MARTINEZ LORENZO

800
CUESTIONES Y PROBLEMAS RESUELTOS DE
FISICA Y QUIMICA

2° bachillerato

SOLUCIONARIO DEL LIBRO FISICA Y QUIMICA ENLACE II

Editorial BRUÑO
Marqués de Mondéjar, 32 – Madrid - 28

IMPRESO EN ESPAÑA

Depósito legal: M. 34.158-1976
ISBN 84-216-0287-X

Compone, imprime y encuaderna:
Héroes, S. A.—Torrelara, 8.—Madrid-16

EL METODO CIENTIFICO. MAGNITUDES FISICAS 1

C-1.1. *Indicar razonadamente si los hechos que se indican son fenómenos físicos (f) o químicos (q).*

- a) *La formación del arco iris los días de lluvia.*
- b) *La evaporación del agua en los ríos y mares.*
- c) *El reflejo de los árboles de la orilla en el agua de un río.*
- d) *La erosión de las rocas por la acción del aire y del agua.*
- e) *La disolución del azúcar en el café.*
- f) *La disolución de sal en agua.*
- g) *La soldadura autógena del hierro.*
- h) *La electrólisis del agua acidulada por la corriente eléctrica continua.*
- i) *La combustión del butano en una estufa.*
- j) *El calentamiento eléctrico de una estufa u hornillo.*
- k) *El encendido de una bombilla.*
- l) *El encendido de un tubo fluorescente.*

Solución *a)* Es un fenómeno físico producido al refractarse la luz del sol cuando penetra en las gotitas de lluvia, seguido de una doble reflexión total.

b) Es un mero cambio de estado del agua, producido en la superficie libre de los ríos y mares mediante la absorción de calor del medio ambiente (f).

c) La reflexión de los objetos en el agua o en otros medios reflectantes es un cambio de dirección de los rayos luminosos incidentes en el mismo medio de propagación; por tanto, un fenómeno físico.

d) La erosión de las rocas es un fenómeno físico-químico, pues es consecuencia de una triple acción:

1.ª Acción mecánica de las partículas en suspensión en el viento (arena, polvo, etc.).

2.ª Acción rompedora del agua al solidificarse (heladas).

3.ª Acción disolvente del agua y sus componentes que disgrega las rocas por la disolución de los compuestos solubles que contiene o de los que se forman (por ejemplo, con el CO_2 del aire o del agua se forma $(CO_3H)_2Ca$ soluble con lo que se disuelven las rocas calizas, CO_3Ca, de suyo insolubles).

e) La disolución del azúcar en el café es un fenómeno de mera disgregación del sólido en un líquido hasta constituir una mezcla homogénea. Como tal, es fenómeno físico en el que intervienen muchos factores: la temperatura, la naturaleza polar del disolvente, la del soluto, etc. Lo único que cambia en el proceso de la disolución es el estado de agregación del azúcar (una vez disueltas sus moléculas se difunden al azar en el seno del agua), así como la variación del contenido calorífico del sistema.

f) Como el caso anterior, en este fenómeno físico de disgregación del sólido en agua intervienen fuerzas de tipo electroestático entre las cargas de los iones de la red cristalina y las del dipolo del agua, junto con la temperatura y la agitación térmica subsiguiente.
A consecuencia de la disolución, los iones de Cl^- y Na^+ se dispersan al azar en el seno del agua al estado de iones hidratados (rodeados de 6 moléculas de agua). En

este proceso de hidratación se desprende calor y se crean enlaces iónicos o electrostáticos entre los iones y los dipolos del agua.

g) Es la unión de dos materiales de igual o parecida naturaleza por calentamiento local hasta llegar al punto de fusión (f).

h) En este proceso se producen reacciones de oxi-reducción por la acción de la corriente eléctrica: es un fenómeno químico.

i) Es un proceso de oxidación violenta con desprendimiento de luz y de calor: fenómeno químico.

j) El calor desprendido en la resistencia es efecto del choque de los electrones con los átomos o iones del metal: fenómeno físico.

k) La luz procede del calor que se produce en el hilo de la bombilla al paso de los electrones: fenómeno físico.

l) La luz fluorescente es efecto de la excitación de los átomos de la sustancia fluorescente por los electrones de la corriente eléctrica cuando chocan contra los átomos o moléculas de ese cuerpo: fenómeno físico.

C-1.2. *¿Cuáles son las magnitudes fundamentales del S. I.?*

Solución Longitud, masa y tiempo.

C-1.3. *¿Qué unidad fundamental es común a los tres sistemas de unidades y cuál es privativa de uno solo? Defínelas.*

Solución El segundo "es la duración de 9 192 631 270 períodos de la radiación correspondiente a la transición entre los dos niveles hiperfinos del estado fundamental del átomo de cesio 133". El kilogramo-peso o kilopondio es la unidad fundamental de fuerza en el S. Técnico y "es la fuerza con que la Tierra atrae al kilogramo patrón al nivel del mar en el paralelo 45°".

C-1.4. *Cita 3 magnitudes escalares y otras 3 vectoriales.*

Solución Son escalares: la masa, el volumen, la densidad.
Son vectoriales: la fuerza, la velocidad, el campo gravitatorio.

C-1.5. *De las magnitudes que se citan indica cuáles son escalares y cuáles son vectoriales: masa, peso, velocidad, fuerza, trabajo, potencia, aceleración, longitud, cantidad de movimiento, tiempo.*

Solución *a)* Escalares: masa, trabajo, potencia, longitud, tiempo.
b) Vectoriales: peso, velocidad, fuerza, aceleración, cantidad de movimiento.

C-1.6. *Hay dos unidades fundamentales que se definen electrónicamente, ¿cuáles son?*

Solución El metro y el segundo.

C-1.7. *Si te preguntan por la precisión de alguna medida, ¿cómo la hallarías?*

Solución Calculando el error relativo cometido en la medición.

C-1.8. *Si te dan estas tres medidas de la misma masa, 1,2 g; 1,20 g; 1,200 g; ¿cuál es la más precisa? ¿Por qué?*

Solución La tercera, 1,200 g, es, la más precisa, porque el error cometido es menor que en las anteriores, puesto que su error es menor de 1 mg; mientras que en las otras el error es mayor, pues es del orden del centigramo y del decigramo, respectivamnte.

C-1.9. *¿Es lo mismo error sistemático que error accidental? ¿Cuál es más fácil de evitar?*

Solución No. El error sistemático se repite con frecuencia o siempre debido a un defecto del instrumento, del método empleado o del operador; mientras que el error accidental es casual y es más fácil de evitar.

C-1.10. *Un error absoluto grande ¿supone, de suyo, que la medida esté mal hecha? Razona la respuesta.*

Solución De suyo, no; depende de la magnitud que se ha medido, es decir, de su cantidad. Se conoce si el error es grande o pequeño, relativamente, calculando el error relativo cometido.

C-1.11. *La micra y el amgstron son dos unidades de longitud. ¿Qué relación tienen con el metro y con el centímetro?*

Solución La micra, $\mu = 10^{-6}$ m $= 10^{-4}$ cm; el amgstron, $\mathring{A} = 10^{-10}$ m $= 10^{-8}$ cm.

C-1.12. *¿Qué se entiende por año-luz? ¿A qué se llama unidad astronómica?*

Solución Un año-luz es la distancia recorrida por la luz en un año trópico con la velocidad de 300 000 km/s.

$$\text{Año-luz} = 9{,}4605 \cdot 10^{12} \text{ kilómetros}$$

Unidad astronómica, a, es una unidad de longitud usada en Astronomía. Es una magnitud relativa y viene a ser el cociente entre el semieje mayor de la órbita terrestre y el paralaje solar diario.

$$1a = 1{,}4950 \cdot 10^{8} \text{ km}$$

C-1.13. *¿Qué diferencia hay entre medición directa y medición indirecta? Cita 2 ejemplos de medición directa y otros 2 de medición indirecta.*

Solución Son medidas directas las que se obtienen comparando la magnitud que se mide con su unidad correspondiente.

Son medidas directas: la masa obtenida con una balanza, la altura de una puerta medida con un metro.

Son medidas indirectas, por el contrario, las que se deducen del valor de otras magnitudes obtenidas directa o indirectamente. Tales son el cálculo de la superficie de una puerta midiendo su altura y su longitud, la densidad de un cuerpo calculando o midiendo su masa y su volumen.

C-1.14. *Si tuvieras que construir un nonius que apreciara 1/10 mm, ¿cómo lo harías?*

Solución Tomaría una longitud de 9 milímetros y la dividiría en 10 partes iguales:

Solución $$\text{precisión: } 1 \text{ mm} - \frac{9}{10} \text{ mm} = 0{,}1 \text{ mm}$$

C-1.15. *Justifica razonadamente si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:*

a) *El error absoluto es una magnitud.*
b) *Dirección y sentido de un vector es lo mismo.*
c) *El radián es una unidad fundamental.*
d) *El nanómetro vale 10^{-6} metros.*
e) *El error relativo es un número.*
f) *El microfaradio vale 10^{-6} faradios.*
g) *La unidad técnica de masa vale 9,80 kg.*

Solución *a)* Verdadero.
b) Falso.
c) Falso; es una unidad suplementaria, como el estereorradián.
d) Falso; vale 10^{-9} m.
e) Verdadero.
f) Verdadero.
g) Verdadero.

C-1.16. *¿Cuál es el fundamento del tornillo micrométrico? Nombra 2 aparatos de medida que lo utilizan.*

Solución Su construcción es tal que el paso de rosca mide constantemente una misma longitud, como 1 mm o 0,5 mm.
Llevan tornillos micrométricos el palmer y el esferómetro.

C-1.17. *Si te preguntaran qué espesor tiene una hoja del libro de Física y Química, ¿cómo lo calcularías?*

Solución Mediría con el esferómetro el espesor de un número determinado de hojas y dividiría por el número de ellas.

PROBLEMAS DE APLICACION

P-1.1. *Si tomamos para π el valor 22/7, ¿qué error absoluto cometemos?*

Solución $$Ea = \frac{22}{7} - 3{,}1416 = 0{,}0013$$

P-1.2. *Si tomamos para π el valor 3,2, ¿qué error relativo se comete? Dalo en tanto por ciento.*

Solución $$Er = \frac{3{,}2 - 3{,}1416}{3{,}1416} = 0{,}0186; \text{ es decir: } 0{,}0186 \cdot \frac{100}{100} = 1{,}86\,\%.$$

P-1.3. *Un nonius tiene veinte divisiones y abarca 19 milímetros; ¿cuál es su precisión?*

Solución $$\text{Precisión} = L - l = 1 \text{ mm} - \frac{19}{20} \text{ mm} = 0{,}05 \text{ mm}.$$

P-1.4. *Un calibrador tiene la regla dividida en medios milímetros, y su nonius consta de 20 divisiones que equivalen a 19 de la regla. Halla su precisión.*

Solución $\text{Precisión} = L - l = 0{,}5 \text{ mm} - \dfrac{19 \cdot 0{,}5}{20} \text{ mm} = 0{,}525 \text{ mm}.$

P-1.5. *Un arco está dividido en medios grados. ¿Cómo construirás el nonius que aprecie un minuto?*

Solución $\text{Precisión} = L - l = \dfrac{L}{n} \quad ; \quad n = \dfrac{L}{\text{precisión}}.$

En este caso: $n = \dfrac{30 \text{ mn}}{1 \text{ mn}} = 30.$

Para hacer este nonius tomaríamos 29 divisiones del cuadrante (medios grados), y haríamos 30 divisiones. En efecto:

Precisión del nonius $= L - l = 0{,}5^{o} - \dfrac{29 \cdot 0{,}5^{o}}{30} = 0{,}01\widehat{66}^{o}\,C = 0{,}01\widehat{66}^{o}\,C \cdot 60$ mn/grado $= 1$ mn.

P-1.6. *Si tomamos para g (gravedad) el valor $g = 10$ m/s² en lugar de $g = 9{,}80$ m/s², ¿qué error relativo se comete? Darlo en tanto por ciento.*

Solución $E_r = \dfrac{(10 - 9{,}8) \text{ m/s}^2}{9{,}8 \text{ m/s}^2} = 0{,}020$; o bien 2 %.

P-1.7. *Calcula la precisión de un nonius que tiene 5 divisiones y abarca 4 divisiones de una regla dividida en milímetros.*

Solución $\text{Precisión} = L - l = 1 \text{ mm} - \dfrac{4}{5} \text{ mm} = 0{,}2 \text{ mm}.$

P-1.8. *Un palmer tiene medio milímetro como paso de rosca y su cabeza, 50 divisiones. Calcula el espesor de un objeto si se han dado 5 vueltas y 20 divisiones.*

Solución Espesor = avance correspondiente a las 5 vueltas + 20 divisiones.

$$\text{Precisión} = \frac{\text{paso de rosca}}{\text{divisiones de la cabeza}} = \frac{0{,}5 \text{ mm}}{50} = 0{,}01 \text{ mm}.$$

Espesor = 5 vueltas · 0,5 mm/vuelta + 20 divisiones · 0,01 mm de precisión = 2,7 mm.

P-1.9. *Si de una regla que mide un metro se conoce su longitud con la precisión de una décima de milímetro, indica cómo deberíamos escribir su longitud y cuál es su error absoluto y relativo.*

Solución Longitud $= 1 \pm 0{,}0001$ m; $e_a = \pm 0{,}0001$ m.

$$E_r = \frac{0{,}0001 \text{ m}}{1 \text{ m}} = \frac{0{,}1 \text{ mm}}{1\,000 \text{ mm}} = 0{,}01\ \%.$$

P-1.10. *Al medir el diámetro de una varilla con un calibrador que aprecia 0,1 mm, se [illegible] abarca 20 divisiones (mm) de la regla y que la división del nonius que coincide de la regla es la 6. ¿Cuánto mide el diámetro de la varilla?*

Solución $d = 20 \text{ mm} + 6 \cdot 0{,}1 \text{ mm} = 20{,}6 \text{ mm}.$

P-1.11. *Se conocen dos longitudes que miden:*

$$l_1 = 3{,}045 \pm 0{,}002 \text{ m}; \quad l_2 = 8{,}270 \pm 0{,}001 \text{ m}.$$

Solución Calcular: a) *el valor de su suma;* b) *la diferencia* $l_2 - l_1$.

a) $l_1 + l_2 = 11{,}315 \pm 0{,}003$ m.
b) $l_2 - l_1 = 5{,}225 \pm 0{,}003$ m.

En ambos casos los errores absolutos se acumulan.

P-1.12. *Si te dieran la medida de las masas siguientes:*

$$m_1 = 4{,}575 \pm 0{,}002 \text{ g}$$
$$m_2 = 0{,}821 \pm 0{,}001 \text{ g}$$
$$m_3 = 2{,}2542 \pm 0{,}0002 \text{ g}$$

Calcula la masa total de esa sustancia con la aproximación máxima.

Solución Para sumar números aproximados con diferente precisión se toman todos con la aproximación del menor; en este caso con 4 cifras:

$m_1 + m_2 + m_3 = 7{,}650 \pm 0{,}003$ g.

Como el error absoluto que se comete en la suma es superior a un miligramo, esta cifra no es exacta.
Luego el número que se pide, con la mayor aproximación, es:

$$m = 7{,}65 \text{ g}$$

P-1.13. *Hemos tomado para el número de Avogadro el valor* $6 \cdot 10^{[illegible]}$, *en vez de* $6{,}023 \cdot 10^{[illegible]}$. *¿Qué error relativo se cometió?*

Solución $$Er = \frac{6 \cdot 10^{[illegible]} - 6{,}023 \cdot 10^{[illegible]}}{6{,}023 \cdot 10^{[illegible]}} = 0{,}0038 \rightarrow 0{,}38\ \%$$

P-1.14. *Hemos pesado 5 veces una masa y obtuvimos los siguientes valores:*

12,2514 g; 12,2517 g; 12,2514 g; 12,2515 g; 12,2516 g

Halla el error absoluto cometido en cada medición y el error relativo de la medida.

Solución Tomamos para el valor exacto la media aritmética de las pesadas:

$$\overline{m} = \frac{(12{,}2514 + 12{,}2517 + 12{,}2514 + 12{,}2515 + 12{,}2516)}{5} \text{ g} = 12{,}25152 \text{ g}$$

$$\left.\begin{array}{l} e_a = 12{,}2514 - 12{,}25152 = -0{,}00012 \text{ g} \\ e_a = 12{,}2517 - 12{,}25152 = +0{,}00018 \text{ g} \\ e_a = 12{,}2514 - 12{,}25152 = -0{,}00012 \text{ g} \\ e_a = 12{,}2515 - 12{,}25152 = -0{,}00002 \text{ g} \\ e_a = 12{,}2516 - 12{,}25152 = +0{,}00008 \text{ g} \end{array}\right\} \text{La suma algebraica de los errores absolutos es igual a cero.}$$

$$\text{Error absoluto medio} = \frac{|\Sigma e_i|}{5} = 0{,}00010 \text{ g}$$

Error relativo:

$$E_1 = \frac{e_a(1)}{\overline{m}} = \frac{0{,}00012}{12{,}25152} = 0{,}00098\ \%$$

$$E_2 = \frac{e_a(2)}{\overline{m}} = \frac{0{,}00018}{12{,}25152} = 0{,}0014\ \%$$

$$E_3 = \frac{e_a(3)}{\overline{m}} = \frac{0{,}00012}{12{,}25152} = 0{,}00065\ \%$$

$$E_4 = \frac{e_a(4)}{\overline{m}} = \frac{0{,}00002}{12{,}25152} = 0{,}00016\ \%$$

$$E_5 = \frac{e_a(5)}{\overline{m}} = \frac{0{,}00008}{12{,}25152} = 0{,}00098\ \%$$

$$\text{Error relativo medio} = \frac{\Sigma E_i}{5} = 0{,}00083\ \%$$

P-1.15. *Se ha medido una distancia de 20 km con un error menor de 2 metros, y la altura de una habitación de 2 m con un error menor de 5 cm. ¿Qué medida se hizo con más precisión?*

Precisión en la primera medida: $E_1 = \dfrac{2 \text{ m}}{20\,000 \text{ m}} = 0{,}01\ \%$

Precisión en la segunda medida: $E_2 = \dfrac{5 \text{ cm}}{200 \text{ cm}} = 2{,}5\ \%$

La primera medida se hizo con mucha mayor precisión.

C-2.1. *Distinguir y definir los términos "velocidad media" y "velocidad instantánea".*

Solución "Velocidad media" es la relación entre el vector desplazamiento y el tiempo invertido en él; o espacio recorrido en la unidad de tiempo; o camino recorrido, por término medio, en la unidad de tiempo.

"Velocidad instantánea" es la que posee un móvil cuando pasa por un punto determinado. Es un vector que tiene por módulo la derivada del espacio respecto del tiempo, por dirección la de la tangente a la trayectoria en el punto considerado y por sentido el del movimiento.

C-2.2. *¿Por qué se dice que la velocidad es vectorial? ¿Cuál es la dirección y sentido del vector velocidad media? ¿Y de la velocidad instantánea?*

Solución La velocidad es un vector porque es el cociente entre el vector desplazamiento y el escalar tiempo.

La dirección y sentido de la velocidad media son los del vector desplazamiento; la velocidad instantánea es tangente a la trayectoria en el punto que se considera, y su sentido es el del movimiento.

Si el movimiento es rectilíneo, la dirección y sentido de ambas velocidades es el mismo y coincide con el del vector desplazamiento.

C-2.3. *¿Por qué en el movimiento rectilíneo se puede prescindir del carácter vectorial de la velocidad? ¿Siempre?*

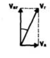
Solución *a)* Se puede prescindir en este caso del carácter vectorial porque coinciden con el desplazamiento y éste con la trayectoria, y, por consiguiente, sus componentes verticales son siempre nulas: sólo tienen componente horizontal.

b) Pero se debe tener en cuenta el carácter vectorial de la velocidad en el movimiento rectilíneo siempre que el móvil esté sometido simultáneamente a la acción de dos o más velocidades. En este caso la velocidad resultante es la suma vectorial o geométrica de las velocidades.

C-2.4. *¿Cómo se suman velocidades? Razónalo gráficamente.*

Solución Para sumar velocidades hay que componerlas vectorialmente.

Así, la velocidad de un avión, respecto del suelo, que lleva rumbo norte y su velocidad es de 800 km/h respecto del aire, el cual sopla en dirección Este con velocidad de 100 kilómetros/h, será:



$$\vec{v}_R = \sqrt{|\vec{v}_{av}|^2 + |\vec{v}_{aire}|^2} = \sqrt{800^2 + 100^2} = 806{,}226 \text{ km/h}$$

y su rumbo real,

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{100}{800} = 0{,}125 \rightarrow \alpha = 7^\circ\ 7{,}5' \text{ (nordeste)}$$

C-2.5. *¿La aceleración es un vector? ¿Por qué?*

Solución La aceleración es un vector porque es la variación del vector velocidad en la unidad de tiempo.

C-2.6. *¿En qué unidades se mide la velocidad? Cita 2 unidades prácticas de velocidad.*

Solución $v = m/s$ (S.I. y Técnico): $v = cm/s$ (CGS).

Unidades prácticas: $v = km/h$; nudo = millas/h

C-2.7. *Ordena de mayor a menor las velocidades siguientes: 30 km/h; 9 m/s; 0,5 nudos; 100 m/min.*

Solución 9 m/s; 30 km/h (= 8,33 m/s); 100 m/mn (= 1,66 m/s); 0,5 nudos (= 0,25 m/s)

C-2.8. *Expresa en unidades S.I. las aceleraciones siguientes: 5 km/h/s; 5 km/h²; 5 m/h/mn; 5 nudos/s.*

Solución $5\ km/h/s = 1{,}39\ m/s^2$; $5\ km/h^2 = 0{,}00038\ m/s^2$

$5\ m/h/mn = 0{,}000023\ m/s^2$; $5\ nudos/s = 2{,}58\ m/s^2$

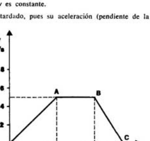
C-2.9. *En los ejes v-t representar las velocidades de un móvil que parte del reposo y, al cabo de 5 s, tiene de velocidad 5 m/s; después se mantiene con esa velocidad durante 4 s, y en este momento frena uniformemente y se detiene en 3 s.*

Solución En la gráfica:

En $\overline{OA}$, el movimiento es uniformemente acelerado, pues tiene aceleración positiva (la pendiente de la recta).

En $\overline{AB}$, es uniforme: v es constante.

En $\overline{BC}$, uniformente retardado, pues su aceleración (pendiente de la recta) es negativa.



C-2.10. *¿Es posible que un móvil parta del reposo con movimiento uniforme?*

Solución Si el móvil parte del reposo, necesita un tiempo más o menos corto para alcanzar una velocidad determinada. En ese tiempo existe aceleración.

C-2.11. *¿Puede tener un cuerpo aceleración si su velocidad es nula? ¿Puede tener velocidad sin aceleración? Razónalo con ejemplos.*

Solución Un cuerpo sin velocidad, está parado. Si no hay variación de velocidad, no existe aceleración.
Un coche parado carece de velocidad y por tanto de aceleración.
Un coche con velocidad constante en módulo, dirección y sentido carece de aceleración.

C-2.12. *¿Puede darse algún movimiento en el que la velocidad disminuya y la aceleración aumente? Aclara la respuesta con algún ejemplo.*

Solución Los movimientos de vaivén o vibratorios tienen velocidad máxima en los puntos en que la aceleración es nula; y velocidad nula (en los extremos) cuando su aceleración es máxima. Luego ésta aumenta de cero (centro) a un valor máximo, mientras la velocidad disminuye de su valor máximo a cero.
Análogamente ocurre en el movimiento del péndulo.

C-2.13. *Si prescindimos del roce con el aire, razonar si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones: La velocidad que adquiere un cuerpo que cae:*

Solución
a) *depende de su peso;*
b) *depende del tiempo que esté bajando;*
c) *depende de su masa;*
d) *depende de la altura de que cae;*
e) *depende de la velocidad inicial;*
f) *depende de su tamaño.*

a) falso; *b*) verdadero; *c*) falso; *d*) verdadero; *e*) verdadero; *f*) falso.

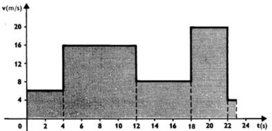
Velocidad de caída:

$v = v_o + gt$; $v = \sqrt{v_o^2 + 2\ gh}$;

v_o es la velocidad con que se lanza verticalmente hacia abajo;
si sólo se deja caer:

$v = gt = \sqrt{2\ gh}$.

C-2.14. *En la gráfica de la figura se representan las velocidades de un móvil en distintos intervalos de tiempo. Comprobar que la distancia recorrida en cada intervalo viene dada por el área del rectángulo correspondiente.*



Solución *a)* Espacio o distancia recorrida hasta el segundo 4.

$s_1 = v_1 t_1$; $s_1 = 6\ \text{m/s} \cdot 4\ \text{s} = 24\ \text{m} \sim$ al área: $6 \cdot 4 = 24\ \text{m}^2$

b) Distancia recorrida entre los segundos 4 -- 12:

$s_2 = v_2 t_2$; $s_2 = 16\ \text{m/s} \cdot (12 - 4)\ \text{s} = 128\ \text{m} \sim$ al área: $16 \cdot 8 = 128\ \text{m}^2$

c) Distancia recorrida entre los segundos 12 -- 18:

$s_3 = v_3\ t_3 = 8\ \text{m/s} \cdot (18 - 12)\ \text{s} = 48\ \text{m} \sim$ al área: $8 \cdot 6 = 48\ \text{m}^2$

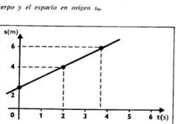
d) Distancia recorrida entre los segundos 18 -- 22:

$s_4 = v_4\ t_4 = 20\ \text{m/s} \cdot (22 - 18)\ \text{s} = 80\ \text{m} \sim$ al área: $20 \cdot 4 = 80\ \text{m}^2$

e) Distancia recorrida entre los segundos 22 -- 23:

$s_5 = v_5\ t_5 = 4\ \text{m/s} \cdot (23 - 22)\ \text{s} = 4\ \text{m} \sim$ al área: $4 \cdot 1 = 4\ \text{m}^2$

C-2.15. *En la gráfica s-t de un movimiento rectilíneo uniforme, la velocidad se halla calculando la pendiente de la recta. Si dicha pendiente viene dada por el cociente* $\dfrac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$, *calcula la velocidad del cuerpo y el espacio en origen* s_0.



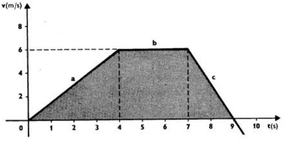
Solución De la gráfica se deduce para valor de la pendiente, que es el de la velocidad del móvil:

$$v = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{(6 - 4)\text{m}}{(3{,}5 - 2)\text{m}} = 1{,}33\ \text{m/s}$$

Y análogamente:

$$v = \frac{(4 - s_0)\text{m}}{(2 - 0)\text{s}} \rightarrow s_0 = 4 - 2v = 4 - 2 \cdot 1{,}33 = 1{,}34\ \text{m}$$

C-2.16. *En el movimiento rectilíneo uniformemente acelerado o retardado, la aceleración se calcula hallando la pendiente en el diagrama* $v - t$. *Calcular la aceleración y deceleración de un móvil cuya velocidad varía con el tiempo según la gráfica adjunta, en los intervalos a, b y c, si la pendiente vale:* $\dfrac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$.



a) Pendiente de la recta o aceleración del movimiento en el intervalo primero.

$$a_1 = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{(6 - 0)\text{m/s}}{(4 - 0)\text{s}} = 1{,}5 \text{ m/s}^2$$

b) Pendiente de la recta en el tramo segundo (b) es cero:

$$a_2 = \frac{(6 - 6)\text{m/s}}{(7 - 4)\text{s}} = 0. \text{ No hay aceleración.}$$

c) Pendiente de la recta en el tercer tramo o aceleración del móvil:

$$a_3 = \frac{(0 - 6)\text{m/s}}{(9 - 7)\text{s}} = -3 \text{ m/s}^2$$

El movimiento en este intervalo es *decelerado.*

C-2.17. *La ecuación $s = s_0 + v_0t + 1/2\ at^2$ corresponde a un cuerpo que lleva movimiento uniformemente acelerado. Dar el significado preciso de cada letra.*

Solución s = distancia recorrida a contar desde el origen o punto de referencia.

s_0 = distancia que hay desde el origen o punto de referencia al punto de partida del móvil (cuando empieza a contar el tiempo).

v_0 = velocidad que posee el móvil en el instante $t_0 = 0$ (velocidad inicial cuando se empieza a contar el tiempo).

t = tiempo que se ha contabilizado en el movimiento.

a = aceleración constante con que se ha movido desde el tiempo $t_0 = 0$.

C-2.18. *Hallar las ecuaciones de dimensión de la velocidad y de la aceleración.*

Solución La velocidad, $v = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$; su ecuación de dimensiones es:

$$[v] = \frac{L}{T} = L \cdot T^{-1}$$

La aceleración, $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$; su ecuación de dimensiones es:

$$[a] = \frac{LT^{-1}}{T} = L \cdot T^{-2}$$

C-2.19. *¿Existe aceleración en el movimiento circular uniforme? Razona la respuesta.*

Solución Sí, porque el vector velocidad lineal o de traslación cambia de continuo de dirección y sentido. Y esta variación crea una aceleración normal o centrípeta dirigida hacia el centro y perpendicular a la trayectoria en cada punto.

C-2.20. *Expresa la relación que existe entre la velocidad lineal y la velocidad angular.*

Solución $v = \dfrac{s}{t} = \dfrac{R \cdot \varphi}{t} = R \cdot \omega \ \ (m/s)$

C-2.21. *¿De qué velocidad pueden ser unidades: rad/s, ciclo/s, m/s, vueltas/mn?*

Solución rad/s $= \omega$; ciclo/s $(= \omega)$; m/s $= v$; vueltas/mn $(= \omega)$.

C-2.22. *Expresa el valor de la aceleración centrípeta en función de v; de ω; de T y de N.*

Solución $a_n = \dfrac{v^2}{R}$; $a_n = \dfrac{R^2 \cdot \omega^2}{R} = R \cdot \omega^2$; $a_n = R \cdot \dfrac{4\pi^2}{T^2}$; $a_n = R\, 4\, \pi^2 N^2$.

C-2.23. *Indica lo que representan cada una de las expresiones que se señalan:*

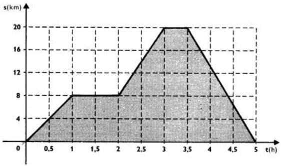
ωt, ωT (*T es el periodo*); $\omega^2 R$

Solución *a)* $\omega t = \varphi$ (ángulo en radianes).

b) $\omega T = 2\pi$ (un ciclo o vuelta en radianes).

c) $\omega^2 R = a_n$ (aceleración centrípeta).

C-2.24. *En el gráfico s-t interpretar el movimiento realizado por el móvil que parte del reposo y calcular su velocidad en la primera hora, de 2 a 3, de 3 a 3,5 y de 3,5 a 5.*



Solución *a)* En la primera hora el móvil lleva movimiento uniforme, con velocidad:

$$v_1 = \frac{(8 - 0)\ km}{(1 - 0)\ h} = 8\ km/h.$$

2

b) Entre la 1 y las 2 horas de viaje, el móvil estuvo parado.

c) Entre las 2 y las 3 se movió con velocidad constante (movimiento uniforme):

$$v_s = \frac{(20 - 8)\ \text{km}}{(3 - 2)\ \text{h}} = 12\ \ \text{km/h}.$$

d) Entre las 3 y las 3,5 horas estuvo parado.

e) Entre las 3,5 y las 5 horas regresó al punto de partida con una velocidad constante:

$$v_s = \frac{(0 - 20)\ \text{km}}{(5 - 3{,}5)\ \text{h}} = -13{,}33\ \text{km/h}.$$

El signo menos (—) de la velocidad indica que se mueve el cuerpo en este intervalo en sentido contrario al de ida.

C-2.25. *Halla las dimensiones de la velocidad angular.*

Solución $\omega = \dfrac{v}{R}$; $[\omega] = \dfrac{L \cdot T^{-1}}{L} = T^{-1}$

Las dimensiones de ω son seg^{-1} o $\dfrac{1}{\text{seg}}$, porque el radián no tiene dimensiones.

C-2.26. *Comprueba que las ecuaciones* $\dfrac{v^2}{R}$ *y* $\omega^2 \cdot R$ *tienen las dimensiones de una aceleración.*

Solución $\left[\dfrac{v^2}{R}\right] = \dfrac{(L \cdot T^{-1})^2}{L} = L \cdot T^{-2}$

$[\omega^2 \cdot R] = T^{-2} \cdot L = L \cdot T^{-2}$

C-2.27. *En un tractor, las ruedas delanteras son mucho menores que las de atrás. Al andar, ¿qué ruedas llevan más velocidad angular?*

Solución $v = R \cdot \omega$; $\omega = \dfrac{v}{R}$ (1).

Como la velocidad lineal o de traslación es igual en las ruedas pequeñas que en las grandes tendrá mayor velocidad angular, según la (1), la rueda que tenga menor radio. Las ruedas pequeñas dan más vueltas que las mayores.

C-2.28. *Demuestra que la ecuación* $v = \omega R$ *es homogénea.*

Solución $v = \omega R$; $v = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$; $[v] = L \cdot T^{-1}$

$[\omega R] = T^{-1} \cdot L = L \cdot T^{-1}$

Son homogéneas.

C-2.29. *Si te dan la velocidad angular en vueltas/s, ¿cómo hallarás su valor en rad/s?*

Solución $\omega = N\ \text{vueltas/s} = \dfrac{N\ \text{vueltas} \cdot 2\pi\ \text{rad/vuelta}}{\text{s}} = 2\pi N\ \text{rad/s}$

C-2.30. *Define lo que es el radián y comprueba que la ecuación $s = \varphi \cdot R$ es homogénea (φ se mide en radianes).*

Solución Radián es el valor del ángulo central cuyo arco mide igual que el radio.

$s = \varphi R$; $[s] = L$; $[\varphi R] = L$, pues φ se mide en radianes y el radián $= \dfrac{\text{arco (L)}}{\text{radio (L)}}$ carece de dimensiones.

PROBLEMAS DE APLICACION

P-2.1. *La ecuación del movimiento de un cuerpo es: $s = b + at(m)$. Si a y b son constantes, razonar qué clase de movimiento tiene y lo que representan a y b.*

Solución La ecuación $s = b + at$ (m) representa un movimiento rectilíneo uniforme, cuya velocidad vale "a", constante, y cuyo espacio en el origen del movimiento (s_0) vale "b".
Representada la función en el diagrama s-t, la pendiente de la recta es el valor de la velocidad constante, y la ordenada en el origen corresponde al espacio inicial (para $t = o$).

P-2.2. *Si la ecuación del movimiento de un cuerpo viene dado por:*

$$s = 5 + 4t + 3t^2 \, (m)$$

deducir la clase de movimiento que lleva y el valor de la velocidad en el instante $t = 3$ (s).

Solución De la ecuación $s = 5 + 4t + 3t^2$ (m), deducimos:

$$v = \frac{ds}{dt} = 4 + 6t.$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2} = 6.$$

Se trata de un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado de aceleración $a = 6 \text{ m/s}^2$.
En el instante $t = 3$ s, $v = 4 + 6 \cdot 3 = 22$ m/s.

P-2.3. *Lanzamos una pelota contra el frontón con velocidad de 10 m/s. Sabiendo que rebota en la misma dirección con la velocidad de 6 m/s y que la duración del choque fue de 0,02 s, hallar la aceleración media en este intervalo.*

Solución $$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_{final} - \vec{v}_{inicial}}{\Delta t} = \frac{-6 \text{ m/s} - 10 \text{ m/s}}{0{,}02 \text{ s}} = -800 \text{ m/s}^2.$$

P-2.4. *Desde dos puntos A y B, distantes 30 km, parten dos coches a su encuentro con velocidades respectivas: $v_A = 60$ km/h y $v_B = 20$ m/s. Calcular el punto en que se encuentran y la hora del encuentro si partieron simultáneamente a las 10 h.*

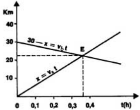
Solución Solución analítica: $AB = 30$ km. Si se encuentran en el punto E, llamemos $AE = x$; $EB = 30 - x$. Si parten a la vez tardan el mismo tiempo en llegar a E. Luego:

$x = v_A \cdot t$; $30 - x = v_B \cdot t$; es decir: $30 - v_A t = v_B t$.

De donde $t = \dfrac{30}{v_A + v_B} = \dfrac{30 \text{ km}}{60 \text{ km/h} + 20 \text{ km/h}} = 0{,}375$ h.

Es decir: $t = 0{,}375\ h = 22{,}5$ minutos, luego se encontraron a las 10 h, 22 mn, 30 s. Distancia $AE = v_A \cdot t = 22{,}5$ km del punto A (a 7,5 km de B).

Solución gráfica:



P-2.5. *Un móvil tiene movimiento uniformemente acelerado. Al pasar por el punto A lleva de velocidad 25 km/h; 2 km más allá, su velocidad es de 40 km/h. Calcular la aceleración de ese movimiento y el tiempo que tardó en recorrer los 2 km.*

Solución Empleamos el S · 1: $v_A = 25\ km/h = 6{,}94\ m/s$; $v_B = 40\ km/h = 11{,}11\ m/s$.

$$v_B = \sqrt{v_A^2 + 2as} \rightarrow a = \frac{v_B^2 - v_A^2}{2s} = 0{,}019\ m/s^2.$$

$$v_B = v_A + at \rightarrow t = \frac{v_B - v_A}{a} = 221{,}54\ s.$$

P-2.6. *Se deja caer una pelota desde la cornisa de un tejado y tarda 0,3 s en pasar por delante de un ventanal de 3 m de alto. Calcular:*

a) *la distancia que hay de la cornisa al marco superior del ventanal;*

b) *la velocidad que tiene en ese momento;*

c) *la velocidad que lleva cuando pasa por el marco inferior del ventanal.*

Solución $h = v_0 t + 1/2\ g t^2$ (1); $v = v_0 + g t$ (2).

$v_0 = \sqrt{2 g h'}$ (3). Tomamos $g = 10\ m/s^2$.

De la primera ecuación: $3 = v_0 \cdot 0{,}4 + 5 \cdot 0{,}4^2 \rightarrow v_0 = 5{,}5\ m/s$; velocidad al pasar por la parte alta de la ventana.

De la (2) $v = 5{,}5 + 10 \cdot 0{,}4 = 9{,}5\ m/s$ velocidad al llegar a la parte baja de la ventana.

De la (3) $h' = \dfrac{v_0^2}{2g} = 1{,}51$ m altura de la cornisa respecto de la ventana.

P-2.7. *Calcular las constantes de un movimiento uniformemente acelerado sabiendo que el móvil lleva como velocidad 14 m/s a los 5 s de empezar a contar el tiempo, y que en los tiempos $t_1 = 3\ s$ y $t_2 = 5\ s$ dista del origen 20 m y 53 m, respectivamente.*

Solución $s = s_0 + v_0 t + \dfrac{1}{2} a t^2$ (1).

$$v = \frac{ds}{dt} = v_o + at \ (2).$$

Sustituimos los datos del problema en (1) y (2):

En (1): para $t_1 = 3s$, $s = 20$ m.

$$20 = s_o + v_o \cdot 3 + \frac{1}{2} a \cdot 3^2 = s_o + 3 v_o + 4{,}5 \ a \ (3)$$

para $t_2 = 5$ s, $53 = s_o + 5 v_o + 12{,}5 \ a$ (4).

En (2): $14 = v_o + 5 \ a$ (5).

Resolvemos el sistema formado por las ecuaciones (3), (4) y (5) restando de (4) la (3):

$33 = 2 v_o + 8 \ a$ (6).

La solución de (5) y (6) es: $a = -2{,}5 \ m/s^2$.

$$v_o = 26{,}5 \ m/s.$$

Con estos valores, en (3) se obtiene:

$$s_o = -48{,}25 \ m$$

La ecuación pedida es:

$$s = -48{,}25 + 26{,}5 \ t - 1{,}25 \ t^2$$

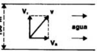
P-2.8. *Un hombre rema en una barca a velocidad de 8 m/s en dirección perpendicular a la corriente de un río que lleva una velocidad de 6 m/s. Calcular:*

a) *la velocidad de la barca respecto de la orilla;*

b) *el tiempo que tarda en cruzar el río, si mide 150 m de ancho.*

Solución *a)* $v = \sqrt{v_{barca}^2 + v_{agua}^2} = \sqrt{8^2 - 6^2} = 10$ m/s

b) $s = v_{barca} \cdot t \Rightarrow t = \dfrac{s}{v_{barca}} = \dfrac{150 \ m}{8 \ m/s} = 18{,}75$ s.



P-2.9. *Un móvil lleva 8 cm/s de velocidad y recorre un trayecto con aceleración constante. Si a los 20 s dista 40 cm del origen, ¿cuánto distará a los 60 segundos?*

Solución Ecuaciones de este movimiento:

$$v = v_o + at \ (1); \ s = s_o + v_o t + \frac{1}{2} at^2 \ (2); \ v^2 = v_o^2 + 2 \ ax \ (3);$$

donde $v_o = 8$ cm/s.

Sustituimos valores en la (2):

$$\left.\begin{array}{l} 40 = s_0 + 8 \cdot 20 + 200\,a \;(2') \\ x = s_0 + 8 \cdot 60 + 1\,800\,a \end{array}\right\} \; x - 40 = 320 + 1\,600\,a \;(4)$$

Llevamos a (4) el valor de (x) deducido de la (3) después de sustituir v por su valor en ese momento, según indica la (1):

$$v = 8 + 60\,a; \quad \frac{(8 + 60\,a)^2 - 8^2}{2\,a} - 40 = 320 + 1\,600\,a.$$

Que resolvemos:

$$200\,a = 360 - 480 = -120$$

$$a = -0{,}6 \text{ m/s}^2$$

Con este valor de la aceleración se deduce en (2') que $s_0 = 0$. De donde resulta para $x = 480 + 1\,800\,(-0{,}6) = -600$ m es la distancia del móvil al origen a los 60 s. El signo menos indica que se mueve hacia el origen, es decir, en el sentido negativo del eje de abscisas.

P-2.10. *Un móvil con movimiento uniformemente acelerado tarda 5 segundos en recorrer 50 m que separan dos puntos A y B. Si al pasar por el punto B lleva de velocidad 15 m/s, calcular:*

a) *la aceleración del movimiento;*

b) *la distancia que hay de A al punto de partida;*

c) *la velocidad que tiene el móvil en el punto medio de AB.*

Solución Ecuaciones de este movimiento entre A y B:

$$v_B = v_A + at \;(1); \; s = v_0\,t + \frac{1}{2}\,at^2 \;(2); \; v_B^2 = v_A^2 + 2\,as \;(3).$$

Sustituimos valores en las (1) y (3).

$$\left.\begin{array}{l} 15 = v_A + 5\,a \\ 225 = v_A^2 + 100\,a \end{array}\right\} \rightarrow a = \frac{15 - v_A}{5} \;(4) \quad \text{de donde:}$$

$$225 = v_A^2 + 100\left(\frac{15 - v_A}{5}\right) \rightarrow v_A^2 - 20\,v_A + 75 = 0$$

Da dos valores:

$v_A = 5$ m/s , y $v'_A = 15$ m/s

Este 2.º valor es inadmisible, pues tiene aceleración y esa es la velocidad que tiene en el punto B.

a) En (4): $a = \dfrac{15 - 5}{5} = 2 \text{ m/s}^2.$

b) $v_A^2 = 2\,as \rightarrow s = \dfrac{v_A^2}{2\,a} = \dfrac{25}{2 \cdot 2} = 6{,}25$ m.

c) $v_m^2 = v_A^2 + 2\,ax \rightarrow v_m = \sqrt{25 + 2 \cdot 2 \cdot 25} = \sqrt{125} = 11{,}18$ m/s.

P-2.11. *Un coche que camina a la velocidad de 72 km/h, para en 6 segundos por la acción de los frenos. Calcular:*

a) *la aceleración de este movimiento, mientras frena;*

b) *el espacio recorrido durante ese tiempo.*

Solución $v^2 = v_0^2 - 2\,as \rightarrow 0 = v_0^2 - 2\,as \rightarrow s = \dfrac{v_0^2}{2\,a}$ (2).

$$0 = v_0 - at \rightarrow a = \frac{v_0}{t} \ (1).$$

Sustituimos valores en (1) y en (2):

$$\text{En (1): } a = \frac{72 \text{ km/h}}{6\,s} = \frac{20 \text{ m/s}}{6\,s} = \frac{10}{3} \text{ m/s}^2 \text{ (negativa).}$$

$$\text{En (2): } s = \frac{400}{2 \cdot 10/3} = 60 \text{ m.}$$

P-2.12. *Un avión despega de la pista de un aeródromo después de recorrer 1 000 m. Si la velocidad del avión en el momento de despegar es de 120 km/h, determinar:*

a) *la aceleración que tiene en ese momento;*

b) *el tiempo que tarda en despegar;*

c) *la distancia que recorre en el último segundo antes de despegar.*

Solución *a)* Es un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

$$v = at \ (1)\text{: } s = \frac{1}{2}\,at^2 \rightarrow s = \frac{v^2}{2\,a}.$$

$$\text{De donde } a = \frac{v^2}{2\,s} = \frac{(120 \text{ km/h})^2}{2 \cdot 1\,000 \text{ m}} = \frac{(100/3 \text{ m/s})^2}{2\,000 \text{ m}} = 5/9 \text{ m/s}^2.$$

b) En la (1): $t = \dfrac{v}{a} = \dfrac{100/3 \text{ m/s}}{5/9 \text{ m/s}^2} = 60\,s.$

c) $s_{60} - s_{59} = 1\,000 \text{ m} - \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{5}{9} \text{ m/s}^2 \cdot (59\,s)^2 = 33{,}1 \text{ m.}$

P-2.13. *Un avión recorre 1 200 m a lo largo de la pista antes de detenerse al aterrizar. Suponiendo que la deceleración es constante, calcular*

a) *la deceleración en la pista si aterriza a 100 km/h;*

b) *el tiempo que tarda en pararse desde que aterrizó;*

c) *el espacio que recorre en los 10 primeros segundos.*

Solución Movimiento uniformemente retardado:

$$\left.\begin{aligned} s &= v_0\,t - \frac{1}{2}\,at^2 \ (1) \\ 0 &= v_0 - at \ (2) \end{aligned}\right\} \text{ El signo (—) corresponde a la aceleración a.}$$

a) Eliminando el tiempo:

$$2\,as = v_o^2 \Rightarrow a = \frac{v_o^2}{2\,s} = \frac{(100/3{,}6\ \text{m/s})^2}{2 \cdot 1\,200\ \text{m}} = 0{,}32\ \text{m/s}^2.$$

b) En la (2): $t = \dfrac{v_o}{a} = \dfrac{100/3{,}6\ \text{m/s}}{0{,}32\ \text{m/s}^2} = 86{,}8\ \text{s}.$

c) $s_{10} = v_o\,t + \dfrac{1}{2}\,at^2 = \dfrac{100}{3{,}6} \cdot 10 + \dfrac{1}{2}\,(-0{,}32) \cdot 10^2 = 261{,}7\text{m}.$

P-2.14. *La velocidad de un móvil viene dada en m/s por la ecuación $v = 225 - 5\,t$ m/s, y el tiempo t en segundos.*
Determinar:

a) *la velocidad en el momento en que se empieza a contar el tiempo;*

b) *la velocidad que lleva en el tiempo $t = 5$ s;*

c) *el momento en que la velocidad se anula.*

Solución $v = 225 - 5\,t$ m/s (1).

a) Para $t = 0$, $v = 225$ m/s.

b) Para $t = 5$, $v = 225 - 5 \cdot 5 = 200$ m/s.

c) $v = 0$, en $0 = 225 - 5\,t$, para $t = \dfrac{225}{5} = 45$ s.

P-2.15. *Un coche va a 72 km/h y se le quiere detener en 50 m con aceleración constante. Calcular:*

a) *la aceleración del frenado;*

b) *la aceleración que debía tener si al final de esos 50 m la velocidad se ha reducido a la mitad.*

Solución Movimiento uniformemente retardado:

$$v_o = 72\ \text{km/h} = \frac{72}{3{,}6}\ \text{m/s} = 20\ \text{m/s}.$$

$$\left.\begin{array}{l}(1)\ 0 = v_o - at \\ (2)\ s = v_o\,t - \dfrac{1}{2}\,at^2\end{array}\right\} \Rightarrow 0 = v_o^2 - 2\,as\ (3).$$

a) De la (3): $a = \dfrac{v_o^2}{2\,s} = \dfrac{(20\ \text{m/s})^2}{2 \cdot 50\ \text{m}} = 4\ \text{m/s}^2.$

b) Si $v = \dfrac{v_o}{2} = v_o^2 - 2\,a'\,s$ según la (3), se deduce:

$$a' = \frac{2\,v_o^2 - v_o}{4\,s} = \frac{2 \cdot 400 - 20}{4 \cdot 50} = 3{,}9\ \text{m/s}^2$$

P-2.16. *Se lanza verticalmente hacia arriba un cuerpo con velocidad inicial de 50 m/s. Calcular:*

a) *la altura máxima alcanzada;*

b) *el tiempo que tarda en alcanzar esa altura;*

c) *la velocidad que tiene al caer al suelo y el tiempo que tarda en caer. No se considera la resistencia del aire.*

Solución

$$\left.\begin{aligned} h &= v_0 t - \frac{1}{2} gt^2 \ (1) \\ 0 &= v_0 - gt \ (2) \end{aligned}\right\} 0 = v_0^2 - 2\,gh \ (3)$$

a) De la (3): $h = \dfrac{v_0^2}{2\,g} = \dfrac{(50 \text{ m/s})^2}{2 \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2} = 127{,}55$ m.

b) De la (2): $t = \dfrac{v_0}{g} = \dfrac{50 \text{ m/s}}{9{,}8 \text{ m/s}^2} = 5{,}10$ s.

c) En la caída libre, desde la altura h:

$$v = \sqrt{2\ gh} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 127{,}55 \text{ m}} = 50 \text{ m/s}.$$

P-2.17. *Se deja caer una piedra desde 20 m de alto. Calcular la distancia que hay hasta el suelo desde el punto en el cual la velocidad de la piedra es la mitad de la que tiene al llegar al suelo.*

Solución $v_1 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$ $\qquad h = 20$ m.

$v_2 = \dfrac{v_1}{2} = \dfrac{1}{2}\sqrt{2\ gh} = \sqrt{2\ gh_1}$, siendo h_1 la altura que ha descendido desde la altura h (20 m) de caída.

Deducimos: $1/4 \cdot 2\ gh = 2\ gh_1 \rightarrow h_1 = h/4$.

Luego la distancia al suelo en ese momento es:

$$H = h - h_1 = h - \frac{h}{4} = \frac{3}{4} h = \frac{3 \cdot 20}{4} \text{ m} = 15 \text{ m}.$$

P-2.18. *Desde un ascensor que sube con velocidad constante de 2 m/s, a 15 m de distancia del suelo se suelta una piedra. Calcular:*

a) *el tiempo que tarda la piedra en llegar al suelo;*

b) *la velocidad que tiene en ese momento.*

Solución Calculemos la altura a la que sube contada desde los 15 m en que se suelta la piedra:

$$\left.\begin{aligned} 0 &= v_0 - gt \ (1) \\ h &= v_0 t - \frac{1}{2} gt^2 \ (2) \end{aligned}\right\} 0 = v_0^2 - 2\ gh.$$

De donde: $h = \dfrac{v_0^2}{2\,g} = \dfrac{(2 \text{ m/s})^2}{2 \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2} = 0{,}20$ m.

La piedra dista del suelo en este momento:

$$H = 15 \text{ m} + 0{,}20 \text{ m} = 15{,}20 \text{ m}$$

y de ahí cae libremente.

a) Velocidad al llegar al suelo:

$$v = \sqrt{2\,g\,H} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 15{,}20} = 17{,}26 \text{ m/s}$$

b) Tiempo que tarda en llegar al suelo contado desde el momento en que se suelta:

$$T = t_1 \text{ de subida} + t_2 \text{ de bajada}$$

t_1 lo hallamos en (1): $t_1 = \dfrac{v_0}{g} = \dfrac{2 \text{ m/s}}{9{,}8 \text{ m/s}^2} = 0{,}20$ s.

t_2, tiempo de caída desde la altura H:

$$H = \frac{1}{2}\,g t_2^2 \rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{2\,H}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 17{,}26 \text{ m}}{9{,}8 \text{ m/s}^2}} = 1{,}88 \text{ s}$$

Tiempo en llegar al suelo:

$$T = t_1 + t_2 = (0{,}20 + 1{,}88) \text{ s} = 2{,}08 \text{ s}$$

P-2.19. *Se dispara verticalmente un proyectil con velocidad de 250 m/s; al cabo de un segundo se dispara otro proyectil con la misma arma. Calcular:*

a) *la altura a que se encuentran;*

b) *el tiempo que tardan en encontrarse;*

c) *la velocidad de cada proyectil en ese momento.*

Solución *Tomar para $g = 10$ m/s².*

Sea h la altura a que se encuentran.

Para el primer disparo: $h = v_0 t - \dfrac{1}{2}\,g t^2$ (1)

Para el segundo disparo: $h = v_0 (t-1) - \dfrac{1}{2}\,g\,(t-1)^2$ (2)

b) $v_0 t - \dfrac{1}{2}\,g t^2 = v_0 (t-1) - \dfrac{1}{2}\,g\,(t-1)^2$

Operamos y simplificamos:

$$g t = v_0 + g/2 \rightarrow t = \frac{2\,v_0 + g}{2g} = \frac{2 \cdot 250 + 10}{2 \cdot 10} = 25{,}5 \text{ s}$$

a) Llevando este valor a la (1):

$$h = 250 \text{ m/s} \cdot 25{,}5 \text{ s} - \frac{1}{2} \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot (25{,}5 \text{ s})^2 = 3\,123{,}75 \text{ m}$$

c) $v = v_0 - g t$, para el primero:

$$v = 250 \text{ m/s} - 10 \text{ m/s}^2 \cdot 25{,}51 = -5 \text{ m/s}$$

El signo (—) indica que este proyectil desciende en este momento con esa velocidad.

$v' = v_0 - g\,(t - 1)$, para el segundo:

$v = 250\ m/s - 10\ m/s\,(25{,}5 - 1)\ s = +\ 5\ m/s$

El segundo proyectil está subiendo con una velocidad de igual módulo que la del primero (el sentido es opuesto).

P-2.20. *Desde la azotea de un rascacielos de 120 m de altura se lanza hacia abajo una piedra con velocidad de 5 m/s. Calcular:*

a) *el tiempo que tarda en llegar al suelo.*

b) *la velocidad que tiene en ese momento.*

Tomar $g = 10\ m/s^2$.

Solución $v = v_0 + gt$ (1)

$$h = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2 \quad (2)$$

a) En la ecuación (2):

$120 = 5 \cdot t - 5t^2 \rightarrow 5t^2 + 5t - 120 = 0$

Es decir: $t^2 + t - 24 = 0 \rightarrow t = 4{,}424\ s$

b) En la (2): $v = 5\ m/s + 10\ m/s^2 \cdot 4{,}424\ s = 49{,}24\ m/s$

P-2.21. *El mismo problema anterior suponiendo que se lanza la piedra con la misma velocidad, pero verticalmente hacia arriba y suponiendo que cae al suelo. En ambos se desprecia la resistencia del aire.*

Solución Hallemos primero la altura máxima que alcanza a contar desde la azotea:

$$\left.\begin{aligned} 0 &= v_0 - gt' \\ h' &= v_0 t' - \frac{1}{2} g t'^2 \end{aligned}\right\} \rightarrow 0 = v_0^2 - 2gh' \rightarrow h' = \frac{v_0^2}{2g}$$

Es decir: $h' = \dfrac{25\ m^2/s^2}{2 \cdot 10\ m/s^2} = 1{,}25\ m$

Desde este punto que dista del suelo:

$H = 120\ m + 1{,}25 = 121{,}25\ m$

cae libremente:

a) En subir la altura h' tarda:

$$t' = \frac{v_0}{g} = \frac{5\ m/s}{10\ m/s^2} = 0{,}5\ s$$

En caer desde H al suelo tarda:

$$t'' = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 121{,}25\ m}{10\ m/s^2}} = 4{,}29\ s$$

Tiempo de caída, desde que se lanzó:

$t = t' + t'' = 0{,}51 + 4{,}92\ s = 5{,}42\ s$

b) Velocidad al llegar al suelo:

$v = \sqrt{2\,g\,H} = \sqrt{2 \cdot 10\ m/s^2 \cdot 121{,}25\ m} = 49{,}24\ m/s$

P-2.22. *Un coche acelera desde el reposo a razón de 3 m/s² durante 10 s. A partir de ese momento, continúa con la velocidad adquirida (movimiento uniforme) hasta los 15 s. Desde este momento hasta los 20 segundos en que se para va con movimiento uniformemente retardado. Trazar la gráfica del movimiento en los ejes (s — t) y (v — t).*

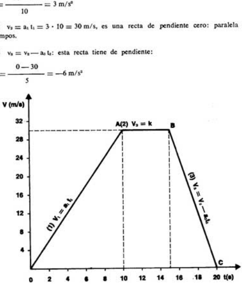
Solución La gráfica v — t consta de tres rectas:

(1) $v_1 = a_1 t_1$, es una recta que pasa por el origen, de pendiente $a = 3\ m/s^2$, ya que $a = \dfrac{30 - 0}{10} = 3\ m/s^2$

(2) $v_2 = a_1 t_1 = 3 \cdot 10 = 30\ m/s$, es una recta de pendiente cero: paralela al eje de los tiempos.

(3) $v_3 = v_2 - a_3 t_3$: esta recta tiene de pendiente:

$a_3 = \dfrac{0 - 30}{5} = -6\ m/s^2$



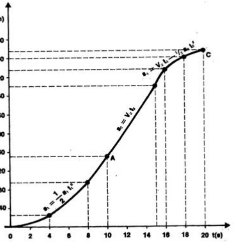
La gráfica s — t consta de tres segmentos:

(1) $s_1 = \dfrac{1}{2} a_1 t_1^2$, es una rama de parábola. Para $t_1 = 10$, $s_1 = 150\ m$

(2) $s_2 = v_2 t_2$, es una recta de pendiente v; teniendo en cuenta el espacio inicial: $s_2 = s_1 + v_2 t_2 = 150 + 30 \cdot 5 = 300\ m$.

(3) $s_3 = s_2 + v_2 t_3 - \frac{1}{2} a_3 t_3^2$ es una rama de parábola con un máximo en $t_3 = 5$ s a partir de los 15 s.

$$s_3 = 300 + 30 \cdot 5 - \frac{1}{2} 6 \cdot 25 = 375 \text{ m}$$



P-2.23. *A intervalos iguales de 1/4 de segundo se desprenden 4 gotas de un grifo. Cuando se desprende la última gota, hallar las distancias que separan a las 4 gotas.*

Solución Para hallar los espacios parciales que separan a las gotas, hemos de conocer el tiempo que lleva cayendo cada gota. Al desprenderse la cuarta, la primera lleva cayendo: $t_1 = 3/4$s; la segunda, $t_2 = \frac{1}{2}$ s; la tercera, $t_3 = 1/4$ s; la cuarta, $t_4 = 0$

$$s_1 = \frac{1}{2} g t_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 9{,}8 \left(\frac{3}{4}\right)^2 = 4{,}9 \cdot 9/16$$

$$s_2 = \frac{1}{2} g t_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 9{,}8 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 4{,}9 \cdot 1/4$$

$$s_3 = \frac{1}{2} g t_3^2 = \frac{1}{2} \cdot 9{,}8 \left(\frac{1}{4}\right)^2 = 4{,}9 \cdot 1/16$$

$$s_4 = \frac{1}{2} g t_4^2 = \frac{1}{2} \cdot 9{,}8 (0) = 0$$

$$\Rightarrow s_1 - s_2 = 4{,}9 \left(\frac{9}{16} - \frac{1}{4}\right) = 1{,}53 \text{ m}$$

$$\Rightarrow s_2 - s_3 = 4{,}9 \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{16}\right) = 0{,}92 \text{ m}$$

$$\Rightarrow s_3 - s_4 = 4{,}9 \left(\frac{1}{16} - 0\right) = 0{,}31 \text{ m}$$

P-2.24. *Se dispara un proyectil hacia arriba y vuelve al punto de partida al cabo de 10 segundos. Hallar la velocidad inicial y la altura alcanzada.*

Solución El tiempo de subida (t_1) es igual al de bajada (t_2): $t = t_1 + t_2 = 2\,t_1 = 10\text{ s} \rightarrow t_1 = 5\text{ s}$

$$\left.\begin{array}{l} 0 = v_0 - g t_1 \ (1) \\ h = v_0 t - \dfrac{1}{2} g t_1^2 \ (2) \end{array}\right\} \rightarrow 0 = v_0^2 - 2\ gh\ (3)$$

En la (1): $v_0 = g t_1 = 9{,}8\text{ m/s}^2 \cdot 5\text{ s} = 49\text{ m/s}$

En la (3): $h = \dfrac{v_0^2}{2g} = \dfrac{(49\text{ m/s})^2}{2 \cdot 9{,}8\text{ m/s}^2} = 122{,}5\text{ m}$

P-2.25. *Desde dos puntos situados en la misma vertical y de alturas respectivas h y 2 h soltamos libremente dos cuerpos. Hallar:*

a) *la relación de sus velocidades cuando llegan al suelo;*

b) *la relación de sus velocidades en ese momento, si sus masas fueran m y 2 m respectivamente.*

Solución *a)* $\left.\begin{array}{l} v_1 = \sqrt{2\,gh} = \sqrt{2\,gh} \\ v_2 = \sqrt{4\,gh} = 2\sqrt{gh} \end{array}\right\} \rightarrow \dfrac{v_2}{v_1} = \dfrac{2\sqrt{gh}}{\sqrt{2\,gh}} = \dfrac{2}{\sqrt{2}} = 1{,}41$

b) La velocidad de caída es independiente de la masa; por tanto: $\dfrac{v_2}{v_1} = 1{,}41$.

P-2.26. *Hallar la profundidad de un pozo en el que al dejar caer una piedra, el ruido que produce al chocar contra el fondo tarda en oírse 3 s. Velocidad del sonido en el aire, v = 340 metros/s.*

Solución El movimiento de caída es uniformemente acelerado; tarda t_1 en llegar al fondo.

El sonido sube con movimiento uniforme; emplea t_2 s en subir a lo largo del pozo de profundidad h. Por tanto:

$$\left.\begin{array}{l} h = \dfrac{1}{2} g t_1^2 \ (1) \\ h = v \cdot t_2 \ (2) \\ t_1 + t_2 = t = 3\text{ s} \ (3) \end{array}\right\} \rightarrow \frac{1}{2} g t_1^2 = v t_2;\ \frac{1}{2} g t_1^2 = v\ (3 - t_1)$$

De aquí se deduce: $4{,}9\,t_1^2 + v t_1 - 3v = 0$;

es decir: $4{,}9\,t_1^2 + 340\,t_1 - 1\,020 = 0$

De donde $t_1 = 2{,}88\text{ s}$

Y sustituyendo en (1), $h = \dfrac{1}{2} \cdot 9{,}8\text{ m/s}^2 \cdot (2{,}88\text{ s})^2 = 40{,}65\text{ m}$

P-2.27. *Calcular en rad/s la velocidad angular del minutero y del segundero del reloj.*

Solución $\omega = 2\pi N$. En el segundero: $N_1 = \dfrac{1\text{ ciclo}}{60\text{ s}} = \dfrac{1}{60}\text{ Hz}$.

$$\omega_s = 2\pi \text{rad/ciclo} \cdot \frac{1}{60} \text{ ciclo/s} = 0{,}105 \text{ rad/s.}$$

En el minutero, $N_s = \dfrac{1 \text{ ciclo}}{3\,600 \text{ s}} = 0.0003$ ciclo/s.

$$\omega_{mn} = 2\pi \text{rad/ciclo} \cdot 0{,}0003 \text{ ciclo/s} = 0{,}0017 \text{ rad/s.}$$

P-2.28. *Calcular la velocidad angular en rad/s de un punto del ecuador terrestre. Si el radio de la tierra vale R = 6 370 km, ¿cuál es la velocidad lineal de un punto del ecuador? Periodo de la Tierra: 1 día = 86 400 segundos.*

Solución *a)* $\omega = 2\pi N = \dfrac{2\pi}{T}$; $T = 1$ día $= 86\,400$ s.

$$\omega = \frac{2\pi \text{ rad}}{86\,400 \text{ s}} = 7{,}27 \cdot 10^{-6} \text{ rad/s.}$$

b) $v = \omega \cdot R = 7{,}27 \cdot 10^{-6} \text{ rad/s} \cdot 6\,370 \cdot 10^3 \text{ m} = 463{,}24 \text{ m/s} = 1\,667{,}66 \text{ km/h.}$

P-2.29. *Una polea de 2 dm diámetro gira con una velocidad de 9,8 m/s. Hallar el número de vueltas que da por minuto y su velocidad angular.*

Solución *a)* El desplazamiento de un punto de la periferia en un minuto vale:

$$s = v \cdot t = 9{,}8 \text{ m/s} \cdot 60 \text{ s} = 588 \text{ m.}$$

Siendo la longitud de una vuelta $l = 2\pi R$, es decir, $2\pi \cdot 0{,}1 \text{ m} = 0{,}2\pi \text{ m}$ el número de vueltas dadas en ese tiempo es:

$$n = \frac{s}{l} = \frac{588}{0{,}2\pi \text{ m}} = 935{,}8 \text{ vueltas}$$

b) $\omega = \dfrac{v}{R} = \dfrac{9{,}8 \text{ m/s}}{0{,}1 \text{ m}} = 98 \text{ rad/s}$

P-2.30. *Una rueda da 3 000 r.p.m. Calcular en rad/s la velocidad angular de la rueda y la velocidad lineal de un punto de la periferia si tiene de diámetro 10 cm.*

Solución $v = \omega \cdot R$; $\omega = 2\pi N$; $N = \dfrac{3\,600 \text{ ciclos}}{60 \text{ s}} = 30$ ciclos/s (Hz). $\omega = 2\pi \cdot 60 = 120\pi$ rad/s.

$$v = 2\pi N R = 2\pi \text{ rad/c} \cdot 60 \text{ cic/s} \cdot 0{,}05 \text{ m} = 18{,}85 \text{ m/s}$$

P-2.31. *Un ciclista recorre una pista circular de 60 m de diámetro con la velocidad de 28 km/h. Calcular:*

a) *la velocidad del ciclista en m/s;*

b) *la velocidad angular en rad/s.*

Solución *a)* $v = 28 \text{ km/h} = \dfrac{28 \text{ km} \cdot 1\,000 \text{ m/km}}{1 \text{ h} \cdot 3\,600 \text{ s/h}} = \dfrac{28 \cdot 1\,000}{3\,600} \text{ m/s} = \dfrac{28}{3{,}6} \text{ m/s}$

$$v = 7{,}78 \text{ m/s}$$

b) $v = \omega \cdot R \rightarrow \omega = \dfrac{v}{R} = \dfrac{7{,}78 \text{ m/s}}{30 \text{ m}} = 0{,}26 \text{ rad/s}$

P-2.32. *Hallar en rad/s la velocidad angular de un disco que gira a 33 revoluciones por minuto. Si el disco mide 20 cm de diámetro, hallar la velocidad lineal de un punto de la periferia.*

Solución *a)* $\omega = 2\pi N = 2\pi \text{ rad/vuelta} \cdot \dfrac{33 \text{ vueltas}}{60 \text{ s}} = 3{,}46 \text{ rad/s}$

b) $v = \omega \cdot R = 3{,}46 \text{ rad/s} \cdot 0{,}10 \text{ m} = 0{,}35 \text{ m/s}$

P-2.33. *Un ciclista corre a la velocidad de 30 km/h en una pista rectilínea. Hallar en rad/s la velocidad angular de las ruedas sabiendo que tienen 85 cm de diámetro.*

Solución La velocidad lineal de la rueda es la de traslación del ciclista:

$v = 30 \text{ km/h} = 8{,}33 \text{ m/s}$

$$v = \omega \cdot R \rightarrow \omega = \frac{v}{R} = \frac{8{,}33 \text{ m/s}}{0{,}425 \text{ m}} = 19{,}60 \text{ rad/s}$$

P-2.34. *Un móvil gira con una velocidad angular de 10 rad/s. Hallar su velocidad en vueltas/mn.*

Solución $\omega = 2\pi N \rightarrow N = \dfrac{\omega}{2\pi} = \dfrac{10 \text{ rad/s}}{2\pi \text{ rad/vuelta}} = 1{,}59 \text{ vuelta/s}$

$n = 1{,}59 \text{ ciclos/s} \cdot 60 \text{ s/mm} = 95{,}49 \text{ ciclos/mn}$

P-2.35. *La rueda de un coche da 716 r.p.m. Si mide 60 cm de diámetro, calcular la velocidad del coche en km/h.*

Solución $v = \omega \cdot R = 2\pi N \cdot R$

$$N = \frac{716}{60} = 11{,}93 \text{ H}_z$$

$v = 2\pi \text{ rad/c} \cdot 11{,}93 \text{ c/s} \cdot 0{,}30 \text{ m} = 22{,}49 \text{ m/s}$

Pasamos a km/h:

$$v = \frac{22{,}49 \text{ m} \cdot 10^{-3} \text{ km/h}}{\text{s} \cdot \dfrac{1}{3\,600} \text{ h/s}} = 22{,}49 \cdot 3{,}6 \text{ km/h} = 80{,}98 \text{ km/h}$$

P-2.36. *Una rueda da 100 r.p.m.; calcular su frecuencia en hertz (Hz).*

Solución $N = \text{c/s (Hz)} = \dfrac{100 \text{ ciclos}}{1 \text{ mn} \cdot 60 \text{ s/mn}} = 1{,}67 \text{ cic/s} = 1{,}67 \text{ Hz}$

C-3.1. *La fuerza es una magnitud vectorial; ¿qué queremos decir con esto?*

Solución La fuerza es una magnitud que, además de tener un valor, actúa en una dirección y sentido bien determinados, aplicada en un punto concreto. Por eso es una magnitud vectorial.

C-3.2. *¿Cómo demostrarías que el peso es una fuerza?*

Solución Si a un cuerpo que descansa en una superficie horizontal le atamos un hilo que hacemos pasar por una polea y colgamos del extremo libre un peso conveniente, observamos que el cuerpo se mueve por la acción del peso que cuelga verticalmente, siguiendo una dirección horizontal —la del hilo que tira— y en un sentido bien determinado, con una aceleración mayor o menor. Esto indica que el peso actúa con un valor, en una dirección y sentido concreto, de modo igual a como lo haría una fuerza que tirara del extremo libre del hilo con la misma intensidad. Luego el peso es una fuerza.

Todo cuerpo abandonado en el aire —prescindiendo del rozamiento— cae verticalmente hacia el centro de la Tierra. Luego la fuerza que lo atrae —su peso— tiene dirección y sentido además de un valor. Por eso el peso es una magnitud vectorial.

C-3.3. *La fuerza es deslizante a lo largo de la línea de su dirección; ¿qué quiere decir esto? Razónalo.*

Solución Que podemos aplicar la fuerza en un punto cualquiera del cuerpo, siempre que esté en la misma dirección, sin que experimente variación alguna su acción. Bastaría suponer aplicados en dicho punto dos fuerzas iguales de intensidad a la dada, pero una de ellas de sentido contrario. $\vec{F}_1$ y $(-\vec{F}_2)$; vemos que $(-\vec{F}_2)$ y $\vec{F}$ se anulan, por ser de igual intensidad y sentido opuesto; luego sólo queda actuando la fuerza $\vec{F}_1$, que es igual a la fuerza dada, F, pero aplicada en otro punto de su dirección.

C-3.4. *¿Qué es el dinamómetro? Dibuja un dinamómetro de resorte y explica cómo lo graduarías.*

Solución Es un resorte graduado; un resorte utilizado para medir pesos o fuerzas.

Para graduar un resorte se suspende de un extremo. En el extremo libre vamos colgando diferentes pesos y anotamos los alargamientos que producen cada uno de los pesos. De este modo podemos formar una tabla o escala en que hacemos corresponder los alargamientos que se obtienen y los pesos que los producen, ya que, por la ley de Hook, los pesos son proporcionales a los alargamientos que producen en un resorte dado.

C-3.5. *¿En qué dimensiones se mide la constante del resorte? Expresar sus dimensiones en el S. I.*

Solución La constante de un resorte $k = \dfrac{\text{fuerza}}{\text{longitud}}$, o bien $k = \dfrac{\text{masa}}{\text{tiempo}^2}$

En el S. I., $k = \dfrac{\text{newtones}}{\text{m}}$; $[k] = \dfrac{MLT^{-2}}{L} = MT^{-2}$

C-3.6. *¿Qué condiciones ha de cumplir una partícula para estar en equilibrio?*

Solución Que el sumatorio de las fuerzas que actúan sobre ella debe ser igual a cero. Es decir:

$$\Sigma \vec{F} = 0$$

Lo que equivale a decir, si están en un plano, que el sumatorio de las proyecciones de dichas fuerzas en los ejes de coordenadas, debe ser también igual a cero:

$$\Sigma \vec{F}_x = 0$$

$$\Sigma \vec{F}_y = 0$$

Esto indica que el cuerpo no se traslada en ninguna dirección del plano.

C-3.7. *Un par de fuerzas, ¿tiene resultante? Dedúcelo.*

Solución No. Porque como son dos fuerzas paralelas de igual intensidad y de sentido opuesto, la resultante de ambas es igual a cero.

Sea el par $\vec{F}$ y $-\vec{F}$; se debe cumplir: $\vec{F} = -\vec{F}$; luego $\vec{F} + \vec{F} = 0$.

C-3.8. *¿Qué entiendes por momento de una fuerza respecto de un eje? Da su valor.*

Solución Momento de una fuerza respecto de un eje perpendicular a la fuerza es igual al producto de la distancia del eje a la dirección de la fuerza por la intensidad de la fuerza.

$$M_e = d \cdot F$$

El momento de una fuerza es una magnitud vectorial porque es el producto vectorial del vector que une el extremo de la fuerza con el punto del eje o vector de posición, $\vec{r}$, por la fuerza.

Su medida es:

$M_e = r \cdot F \cdot \operatorname{sen} \alpha = d \cdot F$; pues $d = r \cdot \operatorname{sen} \alpha$; α es el ángulo que forma el vector de posición $\vec{r}$, con la fuerza $\vec{F}$.

C-3.9. *El momento de una fuerza ¿es magnitud escalar? Razónalo.*

Solución No es escalar porque al momento de una fuerza va unido el sentido de movimiento o giro del cuerpo.

C-3.10. *Un par de fuerzas se caracteriza por su momento. ¿Cuándo decimos que 2 pares de fuerzas son equivalentes?*

Solución Dos pares de fuerzas son equivalentes cuando lo son sus momentos. Esto quiere decir que uno de los pares equivalentes puede sustituir a otro sin que varíen los efectos del par primitivo.

C-3.11. *¿Se podría con 2 fuerzas de 10 N neutralizar el efecto de 2 fuerzas de 1 000 N? Razónalo.*

Solución Dos fuerzas de 10 N podrán neutralizar el efecto de 2 fuerzas de 1 000 N, con tal que formen pares de fuerzas cuyos momentos sean opuestos.

Tales serían los pares (10, — 10) N de brazo 100 m, y (— 1 000, 1 000) N de brazo 1 m.

Momento del primer par: $M_{10} = 100\ \text{m} \cdot 10\ \text{N} = 1\,000\ \text{N.m.}$

Momento del segúndo: $M_{1\,000} = 1\ \text{m} \cdot (-1\,000)\ \text{N} = -1\,000\ \text{N.m.}$

C-3.12. *Indica si son verdaderas o falsas cada una de las siguientes afirmaciones:*

Solución

a) *El N es la unidad de fuerza del S.I.*
b) *Un N vale 9,8 kp.*
c) *Una fuerza única no produce equilibrio.*
d) *El dinamómetro sirve para medir masas.*
e) *Una fuerza sólo puede descomponerse en dos componentes.*
f) *La estática estudia las fuerzas.*
g) *El cuerpo sólido que no gira se considera como una partícula.*
h) *Los momentos de dos fuerzas paralelas respecto del punto de aplicación de la resultante son iguales.*

a) Verdadero.
b) Falso.
c) Verdadero.
d) Falso.
e) Falso.
f) Falso.
g) Verdadero.
h) Verdadero.

PROBLEMAS DE APLICACION

P-3.1. *Para graduar un resorte suspendemos del extremo libre pesos conocidos, y hemos encontrado estos resultados:*

Peso en g:	*0*	*50*	*100*	*150*	*200*	*250*
Longitud del resorte en mm:	*100*	*115*	*130*	*144*	*159*	*175*

Dibujar ahora la gráfica de los alargamientos y calcular en ella el peso en g que produce un alargamiento de 192 mm.

(Ver la figura en la página ...)

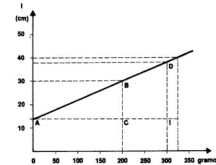
Solución En la gráfica ($\Delta l - g$) que relaciona los alargamientos y los pesos en gramos se obtiene la recta AB, que para un alargamiento de 192 mm nos da, por extrapolación, un peso de unos 307 g.

Cálculo analítico: Por comparación de los triángulos ADF y ABC

$$\frac{50 - 0}{115 - 100} = \frac{x}{192 - 100} \rightarrow x = \frac{50 \cdot 92}{15} = 306{,}67\ \text{g}.$$

P-3.2. *Un resorte mide 30 cm cuando se cuelgan de él 200 g, y su longitud es de 40 cm cuando se cuelgan 325 g. Admitiendo que el peso es proporcional a los alargamientos que produce, calcular:*

a) *la longitud del resorte sin ningún peso;*
b) *la longitud que tendría al colgarle 300 g.*



Solución *a)* En la gráfica se observa que la recta corta al eje de longitudes, para peso = 0, a 14 cm de 0; luego la longitud del resorte, sin peso, será de unos 14 cm.

b) Para un peso de 300 g, el resorte mide unos 38 cm de largo.

Solución analítica: Siendo proporcionales los alargamientos a los pesos podemos escribir. en los triángulos ABC y ADF:

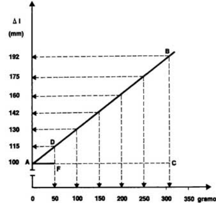
$$\frac{200-0}{30-x} = \frac{325-0}{40-x} \quad ; \quad (x = \text{longitud del resorte sin peso}).$$

De donde $x = 14$ cm.

Para un peso de 300 gramos el alargamiento será:

$$\frac{200}{30-14} = \frac{300}{\Delta x} \qquad \Delta x = 24 \text{ cm.}$$

Longitud del resorte en este momento: $14 + 24 = 38$ cm.



P-3.3. *Un cuerpo de masa 50 g pesa 0,49 N. Hallar el valor de la gravedad en ese lugar. ¿Cuánto valdrá la masa de un cuerpo que pesa en ese sitio 196 N?*

Solución *a)* Puesto que el peso: $P = mg$, conociendo la masa y el peso deducimos el valor de g:

$$g = \frac{P}{m} = \frac{0{,}49\ \text{N}}{0{,}050\ \text{kg}} = 9{,}8\ \text{m/s}^2$$

b) $P = m \cdot g \rightarrow m = \dfrac{P}{g} = \dfrac{196\ \text{N}}{9{,}8\ \text{m/s}^2} = 20\ \text{kg}.$

P-3.4. *Un resorte vertical se alarga 5,3 cm cuando se le suspenden 200 g de peso. Determinar la constante de recuperación del resorte.*

Solución $F = -kx \rightarrow |k| = \dfrac{F}{x} = \dfrac{0{,}200\ \text{kp}}{0{,}053\ \text{m}} = 3{,}77\ \text{kp/m}$, o bien: $k = 36{,}98\ \text{N/m}$.

P-3.5. *Tiramos de un dinamómetro en una dirección que forma un ángulo de 30° con la vertical y obtenemos un alargamiento de 5 cm. Si el dinamómetro está graduado en kp y la constante del resorte vale $k = 500\ N/m$, calcular lo que señala el aparato.*

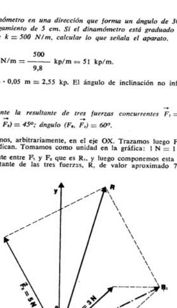
Solución $F = +k\,x;\ k = 500\ \text{N/m} = \dfrac{500}{9{,}8}\ \text{kp/m} = 51\ \text{kp/m}.$

Luego: $F = 51\ \text{kp/m} \cdot 0{,}05\ \text{m} = 2{,}55\ \text{kp}$. El ángulo de inclinación no influye en el valor.

P-3.6. *Determinar gráficamente la resultante de tres fuerzas concurrentes $\vec{F}_1 = 2\ N$; $\vec{F}_2 = 3\ N$; $\vec{F}_3 = 5\ N$; ángulo $(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = 45°$; ángulo $(F_2, \vec{F}_3) = 60°$.*

Solución La fuerza F_1 la situamos, arbitrariamente, en el eje OX. Trazamos luego F_2 y F_3 formando los ángulos que se indican. Tomamos como unidad en la gráfica: $1\ \text{N} = 1\ \text{cm}$.

Calculamos la resultante entre F_1 y F_2 que es R_1, y luego componemos esta resultante con F_3 obteniendo para resultante de las tres fuerzas, R, de valor aproximado 7 N.



P-3.7. *Un cuerpo de peso 490 N descansa en un plano inclinado de 30° respecto de la horizontal. Descomponer el peso en dos componentes: una (N) perpendicular al plano y otra (F) paralela al plano inclinado. Determinar gráficamente y por cálculo el valor de (N) y (F).*

Solución El peso vertical se descompone en dos componentes:

a) Normal al plano ON' e igual a la reacción normal del plano: ON' = ON = mgcos 30°.

b) Otra paralela al plano, OF = mg sen 30°, que será la que lo haga descender, si no hay rozamiento suficiente para detenerlo.

Si el vector mg corresponde a una fuerza (peso) de 490 N, al vector ON, por comparación de longitudes, corresponderá un peso de

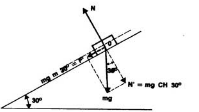
$$\frac{490 \text{ N}}{20 \text{ mm}} = \frac{x}{18 \text{ mm}} \rightarrow x = 490 \text{ N} \frac{18}{20} = 441 \text{ N}.$$

$$\text{y al OF: } \frac{490 \text{ N}}{20 \text{ mm}} = \frac{y}{9} \quad ; \quad y = 490 \text{ N} \frac{9}{20} = 220{,}5 \text{ N}.$$

Por geometría:

$$\text{ON}' = mg \cdot \cos 30° = 490 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 424{,}35 \text{ N}.$$

$$\text{OF} = mg \cdot \text{sen } 30° = 490 \cdot \frac{1}{2} = 245 \text{ N}.$$



P-3.8. *Dos hombres transportan un peso de 200 kp, colgado de una barra de 2 m de largo y de peso despreciable. Calcular la fuerza que ejerce cada uno en los extremos si el peso está colgado a 40 cm del primero.*

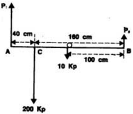
Solución Los momentos de las fuerzas cuya resultante equilibra los 200 kp son iguales, respecto del punto donde está aplicado el peso. Por tanto, si $P_1 + P_2 = 200$ kp son las fuerzas que realizan en los extremos cada uno de los hombres, podemos escribir: $P_1 \cdot 0{,}40 = P_2\,(2 - 0{,}40)$. Es decir: $(200 - P_2) \cdot 0{,}40 = P_2\,(2 - 0{,}40) \rightarrow P_2 = 40$ kp y $P_1 = 200 - 40 = 160$ kp.

Las fuerzas que tienen que realizar son inversamente proporcionales a la distancia a que está el peso.

P-3.9. *Resolver el problema anterior, si el peso de la barra fuera de 10 kp.*

Solución El peso de la barra está aplicado en el punto medio (centro de gravedad) y con el peso de 200 kp tienen de resultante un peso vertical: R = 200 + 10 = 210 kp aplicado en un punto intermedio dentro del segmento CO.

Supongamos que la resultante dista x cm del punto C; para calcular el valor de x igualamos los momentos de los pesos con relación a x:



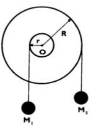
$200 \cdot x = 10\ (60 - x) \Rightarrow x = 2,86$ cm a la derecha del punto C.

$P_1 + P_2 = 210$ kp; $P_1\ (40 + 2,86) = P_2\ (200 - 42,86)$.

$(210 - P_2) \cdot 42,86 = 200\ P_2 - 42,86\ P_2 \Rightarrow P_2 = 45$ kp.

Luego: $P_1 = 210 - P_2 = 210 - 45 = 165$ kp.

P-3.10. *De una polea fija cuelga un peso $M_1 = 1,200$ kp de un hilo que pasa por la garganta de la polea pequeña. Calcular el peso M_2 que debe colgar de la polea grande para que el sistema no se mueva si ambas forman un sistema único que gira alrededor de 0. Datos: radio de la pequeña: $r_1 = 5$ cm; radio de la mayor: $R = 12$ cm.*



Solución Ambos pesos tienden a hacer girar a la polea en sentido contrario: son fuerzas opuestas. Para equilibrarse, sus momentos respecto del centro o eje de giro tienen que ser opuestos:

$$P_1 r_1 - P_2 R = 0$$
$$P_1 r_1 = P_2 R$$

Es decir:

$$1,200 \text{ kp} \cdot 0,05 \text{ m} = P_2 \cdot 0,12 \text{ m} \qquad P_2 = \frac{1,200 \text{ kp} \cdot 0,05}{0,12} = 0,5 \text{ kp.}$$

P-3.11. *Expresar en $N \cdot m$ el momento de un par de fuerzas de intensidad $F_1 = 5$ kg cada una, si el brazo del par mide 0,3 m. ¿Cuál sería el brazo del par equivalente si las fuerzas midieran 0,5 N?*

Solución *a)* $M = d \cdot F.$

$$M = 0{,}3 \text{ m} \cdot 5 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 = 14{,}7 \text{ N} \cdot \text{m}.$$

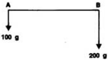
b) $M = 14{,}7 \text{ N} \cdot \text{m} = d' \cdot 0{,}5 \text{ N} \quad ; \quad d' = \dfrac{14{,}7 \text{ m}}{0{,}5} = 29{,}4 \text{ m}.$

P-3.12. *Dos fuerzas de 100 g y 200 g, respectivamente, se cuelgan de los extremos de una barra larga de 60 cm. Hallar el valor de la fuerza que las equilibra y el punto donde se ha de aplicar.*

Solución Compongamos estas fuerzas hallando el punto de aplicación de la resultante. Supongamos que dista x cm del extremo A. Por la igualdad de momentos o relación inversa de las fuerzas y sus distancias a ese punto:

$$\frac{100}{200} = \frac{60 - x}{x} \rightarrow 100\,x = 200 \cdot 60 - 200\,x$$

$$x = 40 \text{ cm}$$



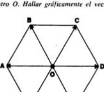
La resultante de dos fuerzas paralelas del mismo sentido es igual a su suma:

$$R = 100 + 200 = 300 \text{ g}$$

y está a 40 cm del extremo A.

La fuerza que equilibre el sistema debe valer 300 g = 0,300 kg-peso = 2,94 N, de sentido opuesto a las dadas y aplicada a 40 cm del extremo A.

P-3.13. *En un exágono regular ABCDEF consideramos 6 vectores concurrentes, OA, OB, OC, OD, OE y OF, que parten del centro O. Hallar gráficamente el vector resultante de los seis.*



Solución De la gráfica se deducen $\vec{OA} = -\vec{OD} \Rightarrow \vec{OA} + \vec{OD} = 0$, pues ambos son radios de sentido opuesto.

Análogamente:

$$\vec{OB} = -\vec{OE} \Rightarrow \vec{OB} + \vec{OE} = 0$$

$$\vec{OC} = -\vec{OF} \Rightarrow \vec{OC} + \vec{OF} = 0$$

Por tanto:

$$\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} + \vec{OE} + \vec{OF} = 0$$

P-3.14. *Un peso de 100 kp cuelga verticalmente de una cuerda, sostenido por un cable AO y una barra BO. Calcular la tensión del cable y la fuerza que ejerce la barra.*

Solución Condiciones de equilibrio:

$$\Sigma F_x = 0 \;\; ; \;\; \Sigma F_x = C - T \operatorname{sen} 30^\circ = 0 \;\; (1)$$

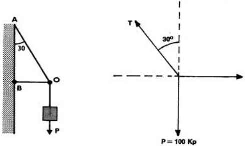
$$\Sigma F_y = 0 \;\; ; \;\; \Sigma F_y = T \cos 30^\circ - P = 0 \;\; (2)$$

Resolvemos (1) y (2):

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{C}{P} \;\; ; \;\; \Rightarrow C = P \cdot \operatorname{tg} 30^\circ = 100 \text{ kp} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = 57{,}67 \text{ kp}$$

En la (1):

$$T = C/\operatorname{sen} 30^\circ = 57{,}67/{}^1/_2 = 115{,}34 \text{ kp}$$



P-3.15. *Un niño intenta abrir una puerta ejerciendo una fuerza de 20 N, normalmente al eje y en el extremo de la puerta. Su madre quiere impedírselo desde dentro haciendo una fuerza de 50 N a una distancia de 15 cm del eje. ¿Lo conseguirá? Anchura de la puerta 80 cm.*

Solución Calculemos el momento de ambas fuerzas respecto del eje:

Momento que hace el niño: $M_1 = 0{,}80 \text{ m} \cdot 20 \text{ N} = 16 \text{ N} \cdot \text{m}$.

Momento de la madre: $M_2 = (-)\ 0{,}15 \text{ m} \cdot 50 \text{ N} = (-)\ 7{,}5 \text{ N} \cdot \text{m}$.

$M_1 > M_2$, luego la madre no consigue impedir que el niño abra la puerta.

DINAMICA

4

C-4.1. *Si sobre un cuerpo actúa una sola fuerza constante, ¿qué clase de movimiento origina?*

Solución Por el 2.º principio o postulado de Newton, $\vec{F} = m\,\vec{a} \rightarrow \vec{a} = \vec{F}/m$. Si actúa una fuerza neta F comunicará al cuerpo una aceleración que dependerá de su mayor o menor masa inerte.

C-4.2. *¿Puede ser curva la trayectoria de un cuerpo si no actúa ninguna fuerza sobre él?*

Solución En todo movimiento curvilíneo aparece una aceleración normal o centrípeta creada por la fuerza centrípeta que da origen a ese movimiento. Si no hay fuerza alguna, el movimiento sólo puede ser rectilíneo (1.^{er} postulado de Newton).

C-4.3. *La aceleración es un vector; ¿qué dirección y sentido tiene? Razónalo.*

Solución La aceleración es un vector porque es el cociente de la variación de la velocidad (vector) con el tiempo, y tiene la dirección y sentido de la fuerza que la origina.
En el movimiento rectilíneo el vector aceleración tiene la misma dirección y sentido que la velocidad, y ambos el sentido y la dirección del desplazamiento.
En el movimiento circular existe siempre la componente de la aceleración llamada centrípeta ($a_n = v^2/R$) perpendicular a la trayectoria y dirigida hacia el centro y, en ocasiones, la componente tangencial, de módulo $a_t = \dfrac{dv}{dt}$, tangente a la trayectoria y de sentido el del movimiento, igual que el de la velocidad tangencial.

C-4.4. *Una fuerza sola, aplicada a un sólido rígido, ¿puede producir movimiento curvilíneo?*

Solución Una fuerza aplicada a un sólido rígido en su centro de gravedad le puede comunicar únicamente un movimiento rectilíneo de traslación.
Pero si dicha fuerza se aplica en otro punto cualquiera que no es el centro de gravedad, además de traslación le comunica cierto movimiento de rotación o giro por efecto del par que se origina con el peso aplicado en el centro de gravedad.

C-4.5. *¿Qué entiendes por masa inerte de un cuerpo? Indica alguna propiedad de esa masa.*

Solución Masa inerte es la resistencia que presentan los cuerpos al movimiento. Es una magnitud invariable para cada cuerpo y viene a ser el cociente entre la fuerza aplicada y la aceleración que se comunica:
$m = F/a$. Las masas inertes se suman. Es equivalente a la masa gravitatoria (la masa medida en las balanzas).

C-4.6. *Definir la unidad de masa en el S.I. y en el Sistema Técnico. Expresa su relación.*

Solución La unidad de masa en el S.I. es la masa del cilindro de platino e iridio que se conserva en el museo de pesas y medidas de París. Recibe el nombre de kilogramo.
En el sistema técnico la unidad de masa no tiene nombre. Es una unidad derivada, ya que en este sistema es unidad fundamental la fuerza.

La unidad técnica de masa (utm) vale:

$$1 \text{ Utm} = \frac{1 \text{ kp}}{1 \text{ m/s}^2} = \frac{1 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2}{1 \text{ m/s}^2} = 9{,}8 \text{ kg.}$$

$$1 \text{ Utm} = 9{,}8 \text{ kg}$$

C-4.7. *Definir la unidad de fuerza en el S.I. y en el Técnico. Expresa su relación. ¿Se da alguna analogía con la relación de las masas?*

Solución El newton (N) es la unidad de fuerza del S.I.: es la fuerza que aplicada a 1 kg le comunica la aceleración de un metro por segundo cada segundo.
En el S. Técnico el kilopondio es la fuerza con que la Tierra atrae al kilogramo-patrón al nivel del mar a la latitud 45º:

$$1 \text{ kp} = 1 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \qquad (1)$$

Y también:

$$1 \text{ kp} = 1 \text{ Utm} \cdot 1 \text{ m/s}^2 \qquad (2)$$

es decir, el kilopondio es la fuerza que aplicada a la unidad técnica de masa le comunica la aceleración de un m/s².
De la ecuación de definición (1) se deduce:

$$1 \text{ kp} = 9{,}8 \text{ kg m/s}^2 = 9{,}8 \text{ N} \qquad (b)$$

Las unidades de fuerza y de masa en estos dos sistemas están relacionados por el mismo valor: 9,8.

C-4.8. *La densidad de un cuerpo se define como la masa contenida en la unidad de volumen. Si la densidad del agua es de 1 g/cm³, hallar su valor en el S.I. Idem de la plata, si* $d_{Ag} = 10{,}53$ *g/cm³.*

Solución a) $d = 1 \text{ g/cm}^3 = \dfrac{10^{-3} \text{ kg}}{10^{-6} \text{ m}^3} = 1\,000 \text{ kg/m}^3$ (densidad en el S.I.)

b) $d_{Ag} = 10{,}53 \text{ g/cm}^3 = \dfrac{10{,}53 \cdot 10^{-3} \text{ kg}}{10^{-6} \text{ m}^3} = 1\,053 \text{ kg/m}^3$

C-4.9. *La segunda ley de la dinámica permite definir la fuerza en cualquier sistema. ¿Cuál sería la unidad de fuerza de un sistema que tuviera como unidad fundamental de masa la tonelada métrica, de longitud el kilómetro y de tiempo la hora? Relaciona dicha unidad con el newton.*

Solución $[F] = MLT^{-2}$. En el sistema (tonelada, kilómetro, hora), la unidad de fuerza sería:

$$(1 \text{ F}) = \frac{1 \text{ Tm} \cdot 1 \text{ km}}{1 \text{ h}^2} = 1 \frac{\text{Tm} \cdot \text{km}}{\text{h}^2}$$

Relación con el newton. Transformamos estas magnitudes en sus equivalentes del S.I.:

$$(1 \text{ F}) = \frac{1 \text{ Tm} \cdot 1\,000 \text{ km/Tm} \cdot 1 \text{ km} \cdot 1\,000 \text{ m/km}}{1 \text{ h}^2 \cdot (3\,600 \text{s})^2/\text{h}^2} =$$

$$= \frac{10^6 \text{ kg} \cdot \text{m}}{(3\,600)^2 \text{s}^2} = 0{,}077 \text{ N} = 7{,}7 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

La (1F) unidad de fuerza del sistema (Tm, km, h) viene a valer 7,7 centésimas de newton.

C-4.10. *Deducir la ecuación de dimensiones de la fuerza.*

Solución $[F] = [m] \cdot [a] = M.L/T^2 = MLT^{-2}$

C-4.11. *¿Qué diferencia hay entre medir una fuerza mediante el dinamómetro o por la ecuación de la dinámica?*

Solución La medida de una fuerza por el dinamómetro es una medida directa, la obtenida a partir de la ecuación, indirecta.

C-4.12. *Cuesta menos esfuerzo poner en movimiento una vagoneta vacía que llena de material. Pero, puesta en movimiento rectilíneo, el esfuerzo para llevarla es casi el mismo cuando está llena que cuando está vacía. ¿Por qué?*

Solución El esfuerzo de tracción depende de la fuerza de rozamiento que hay que vencer. Tratándose del rozamiento de rozadura, más pequeño que el de traslación, el momento que produce la rotación es proporcional a la fuerza que mantiene el contacto entre la vagoneta y el raíl:

$M = \rho N$; y $M = F \cdot r$

luego: $F = \dfrac{\rho N}{r} = K N$

La fuerza depende de la componente normal del peso. Por tanto, cuanto mayor sea el peso, mayor esfuerzo habrá que hacer para moverlo. Si no se nota mucha diferencia, es debido a que el coeficiente de rozamiento, ρ, es muy pequeño.

C-4.13. *Al dar vueltas con una honda, cuando se suelta la piedra, ésta sale tangencialmente. ¿Por qué?*

Solución La piedra se mueve en trayectoria circular por efecto de la fuerza centrípeta representada por la tensión de la cuerda. La fuerza de reacción o centrífuga se crea por inercia, mientras exista la fuerza centrípeta; como ésta desaparece al romperse la cuerda, automáticamente cesa la fuerza centrífuga, y en consecuencia el cuerpo sale despedido siguiendo la dirección y sentido de la velocidad tangencial en el instante de romperse la cuerda.

C-4.14. *Si a toda acción corresponde una reacción de sentido contrario e igual, ¿cómo se produce el movimiento?*

Solución Si la fuerza que produce el movimiento es $\vec{F}$, la que realmente se transmite al cuerpo no es $\vec{F}$, sino otra fuerza $\vec{F}_1$ menor debido al rozamiento. Y la fuerza de reacción que se produce, opuesta al movimiento, es $\vec{F}' = -\vec{F}_1$, pero menor que la fuerza $\vec{F}$ que produce el movimiento. El error está en equiparar la fuerza $\vec{F}$ con la fuerza de reacción $\vec{F}'$, sin pensar que por la fuerza de rozamiento la fuerza que realmente se aplica es menor que la que se emplea en el movimiento.

C-4.15. *¿Puede ser nula la resultante de las fuerzas aplicadas a un cuerpo y existir movimiento? Razónalo.*

Solución Sí, y esto es lo que ocurre en las rotaciones. El giro se produce siempre por la aplicación de un par de fuerzas, cuya resultante es nula; pero no lo es su momento.

C-4.16. *¿Existe la fuerza centrífuga? Razona la respuesta.*

Solución La fuerza centrífuga es una fuerza de reacción o inercia originada en todo movimiento curvilíneo. La fuerza centrífuga ejerce su acción sobre las partes móviles del sistema y en ellas se hace sentir (piénsese en el viajero que se "ve" lanzado hacia la parte exterior de la curva); pero no existe como fuerza independiente: aparece en cuanto se aplica a un cuerpo una fuerza centrípeta.

C-4.17. *En la expresión* $y = \dfrac{F}{m}\, t$, *el valor de y viene dado en metros por segundo. ¿Es correcto? Sabemos que F es una fuerza, m una masa y t un tiempo.*

Solución Veamos si la ecuación es homogénea:

$$[y] = L$$

$$\left[\frac{F}{m}\cdot t\right] = \frac{MLT^{-2}}{M}\cdot T = LT^{-1}$$

Son diferentes las ecuaciones de dimensiones; luego la expresión anterior no es correcta. Lo sería si "y" viniera medida en m/s (una velocidad) en vez de una longitud.

C-4.18. *Si dudaras entre las fórmulas de la fuerza centrípeta:*

$$F = m\frac{v}{r^2} \text{ y } F = m\frac{v^2}{r}$$

¿Cuál de las dos elegirías? Razona la respuesta.

Solución Calculamos la ecuación de dimensiones de ambas expresiones; será correcta aquella que sea homogénea:

En la (1): $[F] = MLT^{-2}$

$$\left[m\frac{v}{r^2}\right] = M\frac{LT^{-1}}{L^2} = ML^{-1}T^{-1}$$

Al no tener las mismas dimensiones, esta expresión de la fuerza es falsa.

En la (2):

$$\left[m\frac{v^2}{r}\right] = M\cdot\frac{(LT^{-1})^2}{L} = MLT^{-2}$$

éstas son las dimensiones de una fuerza; por tanto, la segunda expresión es la correcta.

C-4.19. *Un bloque de piedra está sobre un plano inclinado. ¿Cuándo la fuerza de rozamiento irá dirigida en sentido ascendente? ¿Por qué?*

Solución La fuerza de rozamiento es siempre opuesta al desplazamiento porque se opone a que el movimiento se produzca. Por tanto, cuando el cuerpo baje por el plano inclinado, la fuerza de rozamiento estará dirigida hacia arriba.

C-4.20. *El coeficiente de rozamiento ¿es un número o una magnitud? ¿Por qué?*

Solución El coeficiente de rozamiento en la traslación es un número sin dimensiones porque es el cociente entre dos fuerzas.

$$\mu = \frac{\text{Fuerza de rozamiento}}{\text{Peso, normal al plano}} = \frac{Fr}{N}$$

PROBLEMAS DE APLICACION

P-4.1. *Un coche va a 72 km/h; se le hace parar a los 100 m; ¿qué aceleración negativa hay que darle? Calcular el tiempo que tardará en detenerse y la fuerza que ejercen los frenos. Masa del coche, 7 500 kg.*

Solución $v_o = 72 \text{ km/h} = \frac{72}{3,6} \text{ m/s} = 20 \text{ m/s}$

$$\left.\begin{array}{l} 0 = v_o - at \ (1) \\ s = v_o t - \frac{1}{2} at^2 \ (2) \end{array}\right\} \rightarrow 0 = v_o^2 - 2as \ (3)$$

De (3) $a = \frac{v_o^2}{2s} = \frac{(20 \text{ m/s})^2}{2 \cdot 100 \text{ m}} = 2 \text{ m/s}^2$ (negativa)

a) Y en (1): $t = \frac{v_o}{a} = \frac{20 \text{ m/s}}{2 \text{ m/s}^2} = 10 \text{ s}$

b) $F_r = m \cdot a = 7\,500 \text{ kg } (-2) \text{ m/s}^2 = (-)\ 15\,000 \text{ N}$

El signo (—) indica que la fuerza de rozamiento actúa en sentido opuesto al movimiento.

P-4.2. *Hallar el tiempo que ha actuado una fuerza de 12 kp sobre un cuerpo de 20 kg de masa, si le comunica una velocidad de 36 km/h.*

Solución El impulso aplicado debe ser igual a la variación de la cantidad de movimiento.

$v_1 = 0$; $v_2 = 36 \text{km/h} = 10 \text{ m/s}$; $F = 12 \text{ kp} = 12 \text{ kp} \cdot 9,8 \text{ N/kp} = 117,5 \text{ N}$

$$I = F \cdot t = m\,v_2 - m\,v_1 \rightarrow t = \frac{m\,v_2 - m\,v_1}{F} = \frac{20 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s} - 20 \text{ kg} \cdot 0}{117,5 \text{ N}} = 1,70 \text{ s}$$

P-4.3. *A un cuerpo de 10 kg de masa le aplicamos una fuerza de 5 kp. Hallar la aceleración que se le comunica. Si la fuerza actúa durante 5 s, ¿qué velocidad tiene a los 5 segundos?*

Solución *a)* $F = m \cdot a \rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{5 \text{ kp} \cdot 9,8 \text{ N/kp}}{10 \text{ kg}} = 4,9 \text{ m/s}^2$

b) $I = F \cdot t = m\Delta v \Rightarrow 49 \text{ N} \cdot 5 \text{ s} = 10 \text{ kg } v - 10 \text{ kg} \cdot 0$

$$v = \frac{49 \cdot 5 \text{ N} \cdot \text{s}}{10 \text{ kg}} = 24,5 \text{ m/s}$$

P-4.4. *Un cuerpo pesa 80 kp en un punto en que $g = 9,83\ m/s^2$.*

1.º Hallar su masa en unidades técnicas.

2.º ¿Cuál es su peso en otro lugar en que $g = 9,00\ m/s^2$?

3.º Si en este segundo lugar le aplicamos una fuerza vertical hacia arriba de 100 kp, ¿qué aceleración adquiere en la subida?

Solución a) En el cuerpo de 80 kp hay 80 kg de masa. Si la gravedad vale $g = 9,83\ m/s^2$ en ese lugar, 1 Utm ≐ 9,83 kg. Por tanto, en 80 kg hay

$$m = \frac{80\ kg}{9,83\ kg/Utm} = 8,14\ Utm$$

b) $P = m \cdot g = 80\ kg \cdot 9,00\ m/s^2 = 720\ N$

o bien: $P = 8,14\ Utm \cdot 9,00\ m/s^2 = 73,25\ kp$

c) $\Sigma F = m \cdot a;\ a = \dfrac{\Sigma F}{m} = \dfrac{100\ kp \cdot 9\ N/kp - 720\ N}{80\ kg} = 2,25\ m/s^2$

En este movimiento la fuerza neta que actúa es la diferencia entre la fuerza que se aplica y el peso del cuerpo.

P-4.5. *Un coche arranca con aceleración de 0,4 m/s^2; ¿qué fuerza experimenta el conductor de 70 kg? Dar el resultado en N y en kp. Al cabo de 25 s ¿qué velocidad posee? Darla en kilómetros/hora.*

Solución *a)* Por efecto de la aceleración se crea una fuerza de inercia que actúa en sentido contrario al movimiento sobre las partes móviles.

$$F = m\,a = 70\ kg \cdot 0,4\ m/s^2 = 28\ N = \frac{28\ N}{9,8\ N/kp} = 2,85\ kp$$

b) $v = at = 0,4\ m/s^2 \cdot 25\ s = 10\ m/s$

$$v = 10\ m/s = \frac{10\ m \cdot 10^{-3}\ km/m}{1\ \dfrac{1}{3\,600}\ h/s} = 36\ km/h$$

P-4.6. *De los extremos de una cuerda que pasa por una polea fija de eje horizontal, cuelgan pesos de 1,2 kg y 1,5 kg respectivamente. Calcular:*

a) *la aceleración con que se mueven los pesos;*

b) *el espacio recorrido en 5 segundos, si partieron del reposo.*

Se admite que no hay rozamientos y que la cuerda no pesa. Tomar $g = 10\ m/s^2$.

Solución *a)* $\Sigma F = m \cdot a$; m = masa en movimiento: $1,2 + 1,05 = 2,25\ kg$

$$a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{1,2 \cdot 9,8\ N - 1,05 \cdot 9,8\ N}{2,25\ kg} = 1,47\ m/s^2$$

b) $s = \dfrac{1}{2}\,a\,t^2 \qquad s = \dfrac{1}{2} \cdot 1,47 \cdot 25 = 18,38\ m$

Esto es lo que ha recorrido cada peso: si partieron los dos de la misma altura, en este momento los separa una distancia doble:

$e = 18,38 \cdot 2 = 36,76\ m$

P-4.10. *Calcular la velocidad mínima que debe tener una piedra de 0,5 kg atada a una cuerda de 1 m de radio, cuando pasa por el punto más alto de su trayectoria circular, si gira en un plano vertical.*

Solución La velocidad mínima en el punto más alto la alcanza cuando la fuerza centrípeta se reduzca exclusivamente al peso del cuerpo; es decir, cuando la tensión de la cuerda es nula:

Entonces: $m\dfrac{v^2}{r} = mg \rightarrow v = \sqrt{r \cdot g}$

Sustituimos valores: $v = \sqrt{1\ m \cdot 9{,}8\ m/s^2} = 3{,}13\ m/s$

Podemos observar que la velocidad, en este caso, es independiente de la masa del cuerpo.

P-4.11. *En el problema anterior, calcular la tensión de la cuerda cuando la piedra esté en el punto más alto y en el más bajo.*

Solución Hallemos el ΣF en los dos puntos:

a) Arriba: $\Sigma F = \text{Tensión} + mg = m\dfrac{v^2}{r}$; por lo que dijimos antes, para que v sea mínima, Tensión = 0, y $mg = m\,v^2/r \rightarrow \Sigma F = mg = 0{,}5\ kg \cdot 9{,}8\ m/s = 4{,}9\ N$; $T = 0$.

b) Abajo: $\Sigma F = \text{Tensión} - mg = m\dfrac{v^2}{r} \rightarrow \text{Tensión} = mg + m\dfrac{v^2}{r} = 9{,}80\ N$

P-4.12. *Calcular el impulso de una fuerza que actúa sobre un cuerpo de 10 kg durante 30 segundos y lo para. Velocidad del cuerpo, 36 km/h; ¿qué espacio recorre mientras frena hasta parar?*

Solución *a)* $I = F \cdot t = m\,v_2 - m\,v_1$; $v_1 = 36\ km/h = 10\ m/s$; $v_2 = 0$

$I = 10\ kg \cdot 0 - 10\ kg \cdot 10\ m/s = (-)\,100\ (kg \cdot m/s) = -100\ N \cdot s$

b) $\left.\begin{array}{l} s = v_1 t - 1/2\,at^2\ (1) \\ 0 = v_1 - at\ (2) \end{array}\right\} \rightarrow 0 = v_1^2 - 2\,as\ (3) \rightarrow s = \dfrac{v_1^2}{2a}$

Calculemos la aceleración en (2): $a = \dfrac{v_1}{t} = \dfrac{10\ m/s}{30\ s} = \dfrac{1}{3}\ m/s^2$

Luego: $s = \dfrac{v_1^2}{2a} = \dfrac{(10\ m/s)^2}{2/3\ m/s^2} = 150\ m$

P-4.13. *Un peso de 10 kp se mueve en un plano horizontal por la acción de una fuerza de 10 kp que actúa paralela al plano. Si el rozamiento entre el cuerpo y el plano es de $\mu = 0{,}4$. Calcular:*

a) *la aceleración del movimiento;*

b) *la velocidad que tiene al final de los 10 m de recorrido;*

c) *el tiempo que ha tardado en recorrer los 10 m. Tomar $g = 10\ m/s^2$.*

Solución *a)* $\Sigma F = m \cdot a$; $a = \dfrac{\Sigma F}{m}$ (1)

$\Sigma F = 10\ kp - F_r$ $\quad 10\ kp = 10 \cdot 10 = 100\ N$;

$F_r = \mu\,mg = 0{,}4 \cdot 10\ kg \cdot 10\ m/s^2 = 40\ N$

En (1): $a = \dfrac{40 \text{ N}}{10 \text{ kg}} = 4 \text{ m/s}^2$

b) $v^2 = v_0^2 + 2\,as$; $v_0 = 0 \rightarrow v = \sqrt{2\,as}$

$v = \sqrt{2 \cdot 4 \text{ m/s}^2 \cdot 10 \text{ m}} = 8{,}94 \text{ m/s}$

c) $v = at$; $t = \dfrac{v}{a} = \dfrac{8{,}94 \text{ m/s}}{4 \text{ m/s}^2} = 2{,}24 \text{ s}$

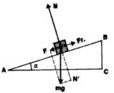
P-4.14. *Se coloca un cuerpo de 20 kp en lo alto de un plano inclinado que tiene 10 m de longitud y 3 m de altura. Si el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y el plano es de 0,1, ¿bajará el peso? En caso afirmativo, ¿qué velocidad tendrá al final del plano?*

Solución $\overline{AB} = 10$ m; $\overline{BC} = 3$ m

a) Para que el cuerpo descienda por el plano $\Sigma F_x > 0$ (tomamos como eje x-x' la paralela al plano que pasa por F y F_r). Es decir, en este caso: $\vec{F} - \vec{F}_r > 0 \rightarrow \vec{F} > \vec{F}_r$

$\vec{F} = mg \cdot \operatorname{sen} \alpha \qquad \operatorname{sen} \alpha = \dfrac{3}{10}$

$F_r = \mu N = \mu\, mg \cdot \cos \alpha \qquad \cos \alpha = 0{,}95$



Por tanto:

$\vec{F} = 20 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot \dfrac{3}{10} = 58{,}8 \text{ N}$

$\vec{F}_r = 0{,}1 \cdot 20 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 0{,}95 = 18{,}62 \text{ N}$

Como $\vec{F} > \vec{F}_r$ el cuerpo desciende por el plano inclinado.

b) $\Sigma \vec{F}_x = \vec{F} - \vec{F}_r = 58{,}8 - 18{,}62 = 40{,}18$ N

$a = \dfrac{\Sigma F}{m} = \dfrac{40{,}18 \text{ N}}{20 \text{ kg}} = 2{,}01 \text{ m/s}^2$

De $v^2 = 2\,as \rightarrow \quad v = \sqrt{2\,as} \quad v = \sqrt{40{,}18} = 6{,}34 \text{ m/s}$

P-4.15. *Sobre un plano horizontal hay un cuerpo de 20 kg, unido con una cuerda y una polea a otro que cuelga verticalmente, de peso 10 kp. Coeficiente de rozamiento plano-cuerpo, $\mu = 0{,}2$. Calcular:*

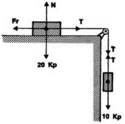
a) *la aceleración con que se mueven los cuerpos; ¿es la misma para los dos pesos?*
b) *la velocidad al cabo de 10 s de iniciado el movimiento;*
c) *el espacio recorrido en ese tiempo;*
d) *la tensión de la cuerda. Se admite que la polea no ofrece rozamiento.*

Solución *a)* Descomponemos el movimiento en dos partes A (de caída) y B (de traslado horizontal), pero teniendo en cuenta que la aceleración del sistema es la misma en los dos pesos y la tensión de la cuerda en A y B también es la misma.

$$\left.\begin{array}{l} \text{En A: } \Sigma F = m_1 \cdot a;\ 10\ \text{kp} - T = \dfrac{10\ a}{9{,}8} \quad (1) \\ \text{En B: } \Sigma F = m_2 \cdot a;\ T - F_r = \dfrac{20\ a}{9{,}8} \quad (2) \\ F_r = \mu\, m g = \mu \cdot 20 \quad (3) \end{array}\right\}$$

Sumando m. a. m. las ecuaciones (1) y (2) y sustituyendo F_r por su valor tenemos:

$$10\ \text{kp} - \mu\, 20 = \frac{10\ a + 20\ a}{9{,}8} = \frac{30\ a}{9{,}8} \rightarrow a = \frac{10 \cdot 9{,}8 - 0{,}2 \cdot 20 \cdot 9{,}8}{30} = 1{,}96\ \text{m/s}^2$$



El valor de la aceleración es igual en todo el sistema, que se mueve como un todo.

b) $v = a\,t = 1{,}96\ \text{m/s}^2 \cdot 10\ \text{s} = 19{,}6\ \text{m/s}$

c) $s = 1/2\ a\ t^2 = 1/2 \cdot 1{,}96\ \text{m/s}^2 \cdot 100\ \text{s}^2 = 1\,960\ \text{m}.$

d) De la (2): $T = \dfrac{20\ a}{9{,}8} + F_r = \dfrac{20 \cdot 1{,}96}{9{,}8} + 0{,}2 \cdot 20 \cdot 9{,}8 = 43{,}20\ \text{N}.$

P-4.16. *Una grúa levanta un peso de 800 kp con aceleración de 0,5 m/s². Calcular:*

a) *la tensión del cable de la grúa;*

b) *la altura a que ha subido el peso en 10 s;*

c) *si subiera el peso sin aceleración, ¿cuál sería la tensión del cable?*

Tomar $g = 10\ \text{m/s}^2$.

Solución *a)* En este movimiento, la resultante de las fuerzas que intervienen tiene un valor en el sentido del movimiento porque hay aceleración:

$\Sigma F = ma;\ \ F - mg = ma \rightarrow F = mg + ma$

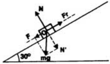
F (tensión del cable) $= 800\ \text{kg} \cdot 10\ \text{m/s}^2 + 800\ \text{kg} \cdot 0{,}5\ \text{m/s}^2 = 8\,400\ \text{N}$

b) $h = 1/2\,a\,t^2$; $h = 1/2 \cdot 0{,}5\ \text{m/s}^2 \cdot 100\ \text{s}^2 = 25\ \text{m}$

c) En este caso: $\Sigma F = 0$; luego: $F - mg = 0 \rightarrow F = mg = 800\ \text{kg} \cdot 10\ \text{m/s}^2 = 8\,000\ \text{N} = 800\ \text{kp}$

P-4.17. *Por un plano inclinado 30° respecto de la horizontal cae un cuerpo de 1 kg con la aceleración de 4 m/s². Deducir si existe rozamiento entre el plano y el cuerpo; en caso afirmativo, ¿cuánto vale? Tomar $g = 9,8$ m/s².*

Solución a) Si no existe rozamiento, la fuerza que acelera en la caída por el plano es F; $F = m \cdot a' = m\,g \cdot \text{sen}\,30 \rightarrow a' = g\,\text{sen}\,30° = 9,8\ \text{m/s}^2 \cdot 1/2 = 4,9\ \text{m/s}^2$. Como el cuerpo desciende con aceleración $a = 4\ \text{m/s}^2$, quiere decir que es frenado por el rozamiento y cae con menor aceleración, pues $a' > a$. Aplicamos la ecuación de la dinámica a las fuerzas que intervienen:



$\Sigma \vec{F}_y = 0$, pues no hay movimiento en el eje ON (ordenadas) $\rightarrow N - N' = 0$;

$N = N' = mg\ \cos\ 30°$

$\Sigma \vec{F}_x = ma$; $F - F_r = ma$; $F = mg\,\text{sen}\,30°$; $F_r = \mu N = \mu\,mg\ \cos\ 30°$;

$$mg\,\text{sen}\,30° - \mu\,mg\cos 30° = ma \rightarrow \mu = \frac{g\,\text{sen}\,30° - a}{g\cos 30°}$$

$$\mu = \frac{9,8\ \text{m/s}^2 \cdot {}^1/_2 - 4\ \text{m/s}^2}{9,8\ \text{m/s}^2 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2}} = 0,11$$

P-4.18. *Un cuerpo de 2 kg se desliza por un plano horizontal. Al pasar por el punto A, se mueve a la velocidad de 10 m/s y se para por efecto del rozamiento 12 m más allá. Calcular:*

a) *la deceleración del movimiento en esos 12 m;*

b) *la fuerza de rozamiento cuerpo-plano;*

c) *el coeficiente de rozamiento. Tomar $g = 10$ m/s².*

Solución $0 = v_o^2 - 2\ as$ (1).

$Fr = \mu\,N = \mu\,mg = m \cdot a$ (2).

De la (1): $a = \dfrac{v_o^2}{2\,s} = \dfrac{100\ \text{m}^2/\text{s}^2}{2 \cdot 12\ \text{m}} = 4,17\ \text{m/s}^2$.

En la (2): $Fr = m \cdot a = 2\ \text{kg} \cdot 4,17\ \text{m/s}^2 = 8,33$ N.

De la (2): $\mu = \dfrac{a}{g} = \dfrac{4,17\ \text{m/s}^2}{10\ \text{m/s}^2} = 0,42$.

P-4.19. *Un dinamómetro está colgado del techo de un ascensor y de él pende un peso de 2 kp. El ascensor sube con velocidad de 1 m/s; ¿qué señala el dinamómetro?*

Solución En este movimiento: $\Sigma F = m \cdot 0 = 0$, pues no hay aceleración. Actúan 2 fuerzas: la tensión del dinamómetro y el peso, de sentido opuesto; por tanto:

$F - mg = 0 \rightarrow F = mg = 2\ \text{kg} \cdot 9,8\ \text{m/s}^2 = 19,6$ N; o bien 2 kp.

P-4.20. *Hallar lo que indicaría el dinamómetro del problema anterior.*

a) *cuando el ascensor sube con aceleración de 1 m/s^2;*
b) *cuando el ascensor baja con aceleración de 1 m/s^2.*

Solución *a)* En este caso: $\Sigma F = m \cdot a$. Siendo $\Sigma F = F - mg$.

Luego: $F - mg = ma \rightarrow F = ma + mg$.

$$F = 2 \text{ kg} \cdot 1 \text{ m/s}^2 + 2 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 = 21{,}6 \text{ N}.$$

b) En este caso la aceleración tiene sentido opuesto al caso anterior.

Luego: $F - mg = m(-a) \rightarrow F = mg - ma$ (1).

$$F = 2 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 - 2 \text{ kg} \cdot 1 \text{ m/s}^2 = 17{,}6 \text{ N}.$$

También se podría plantear este problema considerando como positiva la fuerza que actúa en el mismo sentido que el movimiento:

$$mg - F = ma \rightarrow F = mg - ma \quad (2)$$

Ecuación idéntica a la (1).

P-4.21. *Una bala de cañón de 5 kg sale con 600 m/s de velocidad. Calcular la velocidad de retroceso del cañón si pesa 2 500 kp.*

Solución Es un sistema aislado. Se conserva la cantidad de movimiento:

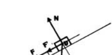
$p_{inicial} = p_{final}$. Antes de disparar, $p_i = 0$; luego $p_{final} = 0$.

$$0 = 5 \text{ kg} \cdot 600 \text{ m/s} + 2\,500 \text{ kg} \cdot v \rightarrow v = -\frac{5 \cdot 600}{2\,500} \text{ m/s} = -1{,}2 \text{ m/s}.$$

P-4.22. *Un cuerpo de peso de 12 kp es arrastrado por un plano, inclinado 30º respecto a la horizontal, por una fuerza de 6 kp. Calcular:*

a) *la aceleración con que baja;*
b) *el tiempo que tarda en descender a lo largo del plano si mide 8 m de largo;*
c) *la velocidad que tiene al llegar al final del plano.*

Solución *El rozamiento es despreciable. Tomar $g = 10$ m/s^2.*



a) Desciende por el plano con una aceleración producida por la fuerza resultante que actúa en el sentido del movimiento. Calculémosla:

$\Sigma F_x = ma$; $\Sigma F = F + F' = m \cdot a$; $F = 6 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 = 60 \text{ N}$

$$F' = mg \operatorname{sen} 30^\circ = 12 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} = 60 \text{ N}$$

Luego: $a = \dfrac{F + F'}{m} = \dfrac{(60 + 60)\ N}{12\ kg} = 10\ m/s^2$

b) $s = \dfrac{1}{2}\ at^2 \rightarrow t = \sqrt{\dfrac{2\,s}{a}} = \sqrt{\dfrac{2 \cdot 8\ m}{10\ m/s^2}} = 1{,}26\ s$

c) $v = at;\quad v = 10\ m/s \cdot 1{,}26\ s = 12{,}6\ m/s$

P-4.23. *Una fuerza de 5 newtons produce sobre una masa m_1 una aceleración de 1 m/s^2, y sobre otra masa m_2 una aceleración de 12 m/s^2. Hallar la aceleración que produciría esa fuerza aplicada a las dos masas unidas.*

Solución De $F = ma;\quad m = \dfrac{F}{a};$

$$m_1 = \frac{5\ N}{1\ m/s^2} = 5\ kg;\quad m_2 = \frac{5\ N}{12\ m/s^2} = 0{,}42\ kg$$

$$m = m_1 + m_2 = 5 + 0{,}42 = 5{,}42\ kg.$$

Luego:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{5\ N}{5{,}42\ kg} = 0{,}92\ m/s^2$$

P-4.24. *Calcular la fuerza centrífuga de una masa de 300 g que describe una trayectoria circular con movimiento uniforme en 1/10 s. Radio de la trayectoria 40 cm. ¿Cuál es la frecuencia del movimiento?*

Solución *a)* $F_{cf} = m \cdot a_n = m\,\dfrac{v^2}{R} = m\,\omega^2\,R = m \cdot \dfrac{4\,\pi^2}{T^2}\,R$

$$F_{cf} = 0{,}300\ kg \cdot \frac{4\,\pi^2}{(1/10)^2\ s^2} \cdot 0{,}40\ m = 473{,}74\ N$$

b) $N = \dfrac{1}{T};\quad T = \dfrac{1}{10};\quad N = \dfrac{1}{1/10} = 10\ Hz\ (c/s)$

5

C-5.1. *El cuerpo que se mueve puede realizar un cierto trabajo. ¿Por qué?*

Solución Porque posee energía cinética. Y la energía cinética puede verificar un trabajo porque son magnitudes equivalentes.

C-5.2. *¿Se puede mover una fuerza sin realizar ningún trabajo? Razona la respuesta.*

Solución Siempre que una fuerza se traslada de modo que su dirección forme un ángulo de 90° con el desplazamiento no realiza trabajo.

$$\mathscr{E} = F \cdot l \cos 90 = 0$$

C-5.3. *El trabajo y la energía son equivalentes. Por eso, la energía se mide con las mismas unidades. Deduce la ecuación de dimensiones de la E_c y la del trabajo.*

Solución $\mathscr{E} = F \cdot s \quad ; \quad [\mathscr{E}] = [F] \cdot [s] = MLT^{-2} \cdot L = ML^2T^{-2}$

$E_c = 1/2\ mv^2 \quad ; \quad [E_c] = [m] \cdot [v^2] = M \cdot (LT^{-1})^2 = ML^2T^{-2}$

C-5.4. *En el movimiento circular uniforme existen la fuerza centrípeta y una trayectoria circular. ¿Realiza algún trabajo la fuerza centrípeta? ¿Por qué?*

Solución En el movimiento circular la fuerza centrípeta nunca realiza trabajo alguno, porque la dirección de la fuerza es siempre normal a la dirección del desplazamiento:

$$\mathscr{E} = F_c \cdot s \cdot \cos 90° = 0$$

C-5.5. *Razona si se realiza trabajo o no en los siguientes casos:*

a) *Cuando mantenemos una piedra de 10 kg a 1,5 m del suelo durante 40 segundos.*

b) *Cuando mantenemos tenso un resorte.*

c) *Cuando trasladamos un mueble de una habitación a otra en el mismo piso, si no hay rozamiento.*

Solución *a)* No, porque no se traslada la fuerza o peso.

b) No, porque no se traslada la fuerza. Simplemente oponemos una fuerza para neutralizar otra.

c) No, porque hemos realizado un desplazamiento que forma un ángulo de 90° con el peso del cuerpo.

$$\mathscr{E} = F \cdot s \cdot \cos 90° = 0$$

Si hubiera rozamiento:

$$\mathscr{E} = Fr \cdot s = \mu\, mg \cdot s$$

C-5.6. *Calcular el trabajo que realiza la fuerza del campo gravitatorio terrestre, prescindiendo del rozamiento, cuando:*

a) *Se transporta un peso, p, en un plano horizontal.*

b) *Se eleva un peso, p, verticalmente.*

c) *Un peso, p, cae libremente desde una altura h.*

Solución *a)* El peso es una fuerza vertical y forma un ángulo recto con el desplazamiento horizontal; luego no realiza trabajo:

$\mathscr{E} = F \cdot s \cdot \cos 90^\circ = 0$

b) Al elevar el peso verticalmente el sentido del desplazamiento forma un ángulo de 180º con el del peso (fuerza del campo). Luego se verifica un trabajo:

$\mathscr{E} = p \cdot s \cdot \cos 180^\circ = - p \cdot s$ (p = peso) (trabajo resistente < 0).

c) Cuando desciende, coincide el sentido del desplazamiento con el del peso (fuerza). Y el trabajo que realiza vale:

$\mathscr{E} = p \cdot h \cdot \cos 0^\circ = p \cdot h$ (p = peso)

es positivo (trabajo motor).

C-5.7. *Se dice que el trabajo viene dado por la ecuación:*

$\mathscr{E} = F \cdot s$. *Explica en qué condiciones esto es cierto.*

Solución $\mathscr{E} = F \cdot s$, sólo en el caso en que la fuerza $F =$ constante y el sentido del desplazamiento y el de la fuerza coinciden.

C-5.8. *Demuestra que la energía potencial que pierde un cuerpo que cae libremente es igual a la energía cinética que gana.*

Solución Un cuerpo que cae libremente está afectado por la acción del campo gravitatorio terrestre y su energía mecánica se conserva.
Supongamos que inicialmente está a una altura h contada desde el suelo; posee una energía potencial máxima, de valor

$E_p = mgh$

y energía cinética nula, $E_c = 0$, pues no se mueve.
Al llegar al suelo su energía potencial es nula (h = 0) y su energía cinética es:

$E_c = 1/2\ mv^2$

si llamamos v la velocidad que posee en este momento.
Puesto que la energía mecánica se conserva podemos escribir:

$E_{inicial} = E_{final} \quad E = E_p + E_c$

$mgh + 0 = 0 + 1/2\ mv^2$. Luego: E_p (inicial) $= E_c$ (final) y también podemos comprobarlo hallando la velocidad del cuerpo al llegar al suelo.

$v^2 = 2\ gh$

Luego:

$E_c = 1/2\ mv^2 = 1/2\ m \cdot 2\ gh = mgh = E_p$

C-5.9. *Decir qué unidades son de trabajo, entre las que se indican:*

a) *kilogramo · m/s;*
b) *N · cm;*
c) *caballo de vapor;*
d) *kilovatio · hora;*
e) *N · s;*
f) *vatio · s;*
g) *kg · m²/s²;*
h) *kp · m.*

Solución Son unidades de trabajo:

b) $N \cdot cm = N \cdot 10^{-2} m = 10^{-2} J$

c) $kw \cdot h = 1\,000\ J/s \cdot 3\,600\ s = 3\,600\,000\ J$

f) $vatio \cdot s = J/s \cdot s = J$

g) $kg \cdot m^2/s^2 = N \cdot m = J$

h) $kp \cdot m = 9{,}8\ N \cdot m = 9{,}8\ J$

C-5.10. *Si el rozamiento es independiente de la velocidad, ¿por qué la potencia es mayor cuando el coche va a 90 km/h que cuando va a 50 km/h? (Se prescinde del rozamiento del aire.)*

$$P = \frac{\mathscr{E}}{t} = \frac{F \cdot s}{t} = F \cdot v_m$$

Solución Según esto la potencia es directamente proporcional a la velocidad media (= velocidad, si es constante) que lleva el móvil; por tanto, cuanto mayor sea la velocidad mayor será la potencia que tendrá que desarrollar el motor.

C-5.11. *Deducir la fórmula de la energía cinética de un cuerpo, de masa m, que se desplaza con la velocidad v.*

$$\mathscr{E} = F \cdot s \quad ; \quad F = m \cdot a \quad ; \quad s = 1/2\ at^2$$

Solución Para comunicar la velocidad v al cuerpo hay que aplicarle una fuerza durante un tiempo, t, lo que supone la existencia de una aceleración en ese tiempo. Luego se ha de realizar un trabajo:

$$\mathscr{E} = F \cdot s = ma \cdot 1/2\ at^2 = 1/2\ m\ (at)^2 = 1/2\ mv^2 = E_c$$

que se ha transformado en energía cinética.

C-5.12. *Comprobar que el producto f · v (fuerza por velocidad) es una potencia, y comprobar que el producto p · V (presión por volumen) es igual a un trabajo.*

Solución *a)* $f \cdot v$ = fuerza · velocidad es una potencia. En efecto:

$$P = \frac{\mathscr{E}}{t} = \frac{ML^2T^{-2}}{T} = ML^2T^{-3}$$

$$f \cdot v = MLT^{-2},\ LT^{-1} = ML^2T^{-3}$$

Vemos, pues, que la ecuación de dimensiones de $f \cdot v$ es la de la potencia.

b) $p \cdot V$ = presión · volumen es un trabajo. En efecto:

$$= ML^2T^{-2}$$

$$p \cdot V = \frac{F}{s} \cdot V = \frac{MLT^{-2}}{L^2} \cdot L^3 = ML^2T^{-2}$$

Las dimensiones de p · V coinciden con las del trabajo; luego es un trabajo.

C-5.13. *Justifica que el W · h y el kW · h son unidades de energía o trabajo. Halla su valor.*

Solución El W · h y el kW · h son unidades de trabajo porque tienen las dimensiones del trabajo.

1) W · h = potencia · tiempo = Trabajo:

$= ML^2T^{-3} \cdot T = ML^2T^{-2}$

1 W · h = 1 J/s · 3 600 s = 3 600 J

2) 1 kW · h = $ML^2T^{-3} \cdot T = ML^2T^{-2}$

1 kW · h = 1 000 J/s · 3 600 s = 3 600 000 J

C-5.14. *Si te dicen que la velocidad de un cuerpo viene dada por la ecuación* $v = \dfrac{P}{F}$, *siendo P la potencia y F la fuerza, ¿tendrán razón?*

Solución Según la (5-12) P = F · v; luego: $v = \dfrac{P}{F}$

Hallemos sus dimensiones:

$$[v] = LT^{-1} \quad ; \quad \left[\frac{P}{F}\right] = \frac{ML^2T^{-3}}{MLT^{-2}} = LT^{-1}$$

Coinciden. Luego es cierto que $v = \dfrac{P}{F}$

C-5.15. *Justifica que la energía mecánica se mide en julios o kilográmetros.*

Solución E = Ep + Ec

Ep = mgh $\quad [Ep] = M \cdot LT^{-2} \cdot L = ML^2T^{-2}$

Ec = 1/2 mv^2 $[Ec] = ML^2/T^2 = ML^2T^{-2}$

Tanto la energía potencial como la cinética son equivalentes a un trabajo.
Luego su suma, energía mecánica, también es un trabajo y vendrá medida en las unidades de éste: julios o kilográmetros.

PROBLEMAS DE APLICACION

P-5.1. *Un hombre que pesa 75 kg sube por una escalera a una altura de 8 m, en 10 s. Calcular, en julios, el trabajo que ha realizado y la potencia empleada.*

Solución *a)* El trabajo realizado contra el campo gravitatorio venciendo la fuerza o peso del cuerpo sólo depende del desplazamiento vertical (altura) y no del camino seguido:

$\mathscr{E}$ = F · h = 75 kg · 8 m = 600 kgm

$\mathscr{E}$ = 600 kgm · 9,8 J/kgm = 5 880 J *b)* $P = \dfrac{\mathscr{E}}{t}$; $P = \dfrac{5\,880\ J}{10\ s} = 588\ W$

P-5.2. *Por un suelo horizontal, de coeficiente de rozamiento $\mu = 0,4$, arrastramos un peso de 100 kp a lo largo de 100 m. Calcular el trabajo realizado si la fuerza aplicada es también horizontal.*

Solución La fuerza que se aplica se limita a vencer la fuerza de rozamiento:

$F = Fr = \mu N = \mu mg$

Luego en este desplazamiento realiza un trabajo:

$\mathscr{E} = F \cdot s = \mu mg \cdot s$

$\mathscr{E} = 0,4 \cdot 100\ kg \cdot 9,8\ m/s^2 \cdot 100 = 39\,200\ J$

P-5.3. *Queremos subir a 100 m de altura un caudal de agua de 4 000 litros/s. ¿Qué potencia necesita el motor?*

Solución $P = \dfrac{\mathscr{E}}{t} = \dfrac{F \cdot s}{t} = \dfrac{mg \cdot h}{t}$

$m = V \cdot \rho = 4\,000\ lit \cdot 1\ kg/lit = 4\,000\ kg$

$P = 4\,000\ kg/s \cdot 9,8\ m/s^2 \cdot 100\ m = 3\,920\ kW = 5\,333,33\ C.V.$

P-5.4. *Calcular en kW.h la energía consumida por una motobomba para subir 200 m³ de agua a un depósito situado a 80 m de altura.*

Solución $\mathscr{E} = mgh$; $m = \text{Volumen} \cdot \text{desidad.}$

$\mathscr{E} = 200\,000\ lit \cdot 1\ kg/lit \cdot 9,8\ m/s^2 \cdot 80\ m = 15,68 \cdot 10^7$ julios

$\mathscr{E} = \dfrac{15,68 \cdot 10^7\ \text{julios}}{3,6 \cdot 10^6\ \text{julios/kW} \cdot h} = 43,56\ kW \cdot h$

P-5.5. *Una bomba eleva 100 m³ d agua a 30 m de altura en media hora. ¿Qué trabajo realiza? Si el motor de esa bomba tiene una potencia de 30 kW, ¿cuál es su rendimiento?*

Solución $\mathscr{E} = mgh$; $\mathscr{E} = 100\,000\ lit \cdot 1\ kg/lit \cdot 9,8\ m/s^2 \cdot 30\ m = 2,94 \cdot 10^7\ J$

$P = \dfrac{\mathscr{E}}{t} = \dfrac{2,94 \cdot 10^7\ J}{1\,800\ s} = 16,33\ kW$

Para subir 100 m³ en 1 800 s el motor necesita 16,33 kW; como en realidad el motor emplea una potencia de 30 kW, su rendimiento es:

$\rho = \dfrac{\text{potencia útil}}{\text{potencia empleada}} = \dfrac{16,33\ kW}{30\ kW} = 0,54$; es decir: $\rho = 54\ \%$

P-5.6. *En un momento dado, un cuerpo que se desliza por una superficie horizontal tiene una velocidad de 10 m/s; si el peso del cuerpo es de 2 kg y el coeficiente de rozamiento es $\mu = 0{,}2$, calcular:*

a) *la fuerza de rozamiento;*

b) *el trabajo realizado por esa fuerza;*

c) *el espacio que recorre hasta parar, contado desde el momento indicado.*

Solución La fuerza de rozamiento frena el cuerpo y le comunica una deceleración:

$$F_r = \mu mg = m \cdot a \rightarrow a = \mu g \quad (1)$$

$$0 = v^2 - 2as \rightarrow s = \frac{v^2}{2a} \quad (2)$$

$$\mathscr{E} = F_r \cdot s = \mu mg \cdot \frac{v^2}{2a} = \frac{1}{2} mv^2 \quad (3)$$

Según esto, el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento se ha invertido en anular la energía cinética que poseía al principio:

a) $F_r = \mu mg = 0{,}2 \cdot 2\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 3{,}92\ \text{N}$

b) $\mathscr{E} = F_r \cdot s = \dfrac{1}{2} mv^2 = \dfrac{1}{2} \cdot 2\ \text{kg} \cdot 100\ \text{m}^2/\text{s}^2 = 100\ \text{J}$

c) $s = \dfrac{v^2}{2\,a} = \dfrac{v^2}{2\,\mu g}$ (de la 2)

$$s = \frac{100\ \text{m}^2/\text{s}^2}{2 \cdot 0{,}2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2} = 25{,}51\ \text{m}$$

P-5.7. *Un cuerpo de 3 kg de masa cae libremente desde la altura h, y tarda 20 s en llegar al suelo. ¿Qué energía cinética tiene en ese momento? ¿Desde qué altura cayó?*

Solución $h = \dfrac{1}{2} gt^2$; $E_c = \dfrac{1}{2} mv^2$; $v = \sqrt{2\,gh}$ $\quad E_c = \dfrac{1}{2} m \cdot 2\,gh = mgh$

a) $h = \dfrac{1}{2} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2\,(20\ \text{s})^2 = 1960\ \text{m}$

b) $Ec = mgh = 3\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 1.960\ \text{m} = 57\,624\ \text{J}$

La energía cinética al caer es igual a la energía potencial que tenía a la altura h.

P-5.8. *Un proyectil de 15 kg lleva una velocidad de 200 m/s. Choca con una pared y penetra en ella 20 cm. Calcular la resistencia media que ha opuesto la pared al proyectil.*

Solución La penetración de la bala en la pared se neutraliza por el trabajo que realiza la fuerza de resistencia de la pared a lo largo del camino penetrado. Por tanto el trabajo realizado por la pared equilibra la energía que posee el proyectil al llegar a ella:

$$E_c = \mathscr{E} = \frac{1}{2} mv^2 = F_r \cdot s$$

$$F_r = \frac{mv^2}{2\,s};\ F_r = \frac{15\ \text{kg} \cdot (200\ \text{m/s})^2}{2 \cdot 0{,}20\ \text{m}} = 1{,}5 \cdot 10^6\ \text{N}$$

$$v^2 = 2\,gh \rightarrow h = \frac{v^2}{2g}$$

$$h = \frac{(24{,}5\ m/s)^2}{2 \cdot 9{,}8\ m/s^2} = 30{,}63\ m$$

b) $$\left.\begin{array}{l} v_B = v_A + gt\ (1) \\ s = v_A\,t + \dfrac{1}{2}\,gt^2\ (2) \end{array}\right\} \rightarrow v_B{}^{v_2} = v^2 + 2\,g\,s\ (3)$$

De la (3) $v_B = \sqrt{v_A{}^2 + 2\,gs} = \sqrt{24{,}5^2 + 2 \cdot 9{,}8} \cdot 8 = 27{,}51\ m/s$

c) Si el punto B dista del suelo una altura h_1, posee en ese momento una energía potencial.

$$E_{p(B)} = mgh_1$$

En el punto de lanzamiento, su energía potencial valía:

$E_{p\ inicial} = mgH = mg\,(h_2 + h_1)$

$h_2 =$ distancia desde el punto de caída hasta el B

Luego $\Delta Ep = mg(h + h_1) - mgh_1 = mgh_2$

Por tanto: $\Delta Ep = 10\ kg \cdot 9{,}8\ m/s^2 \cdot (30{,}63 + 8) = 3\,785{,}74\ J$

P-5.12. *Un motor de 30 C.V. mueve una dínamo que produce una potencia de 21 kW. Calcular el rendimiento de la dínamo.*

Solución $$\text{Rendimiento} = \rho = \frac{\text{Potencia utilizada}}{\text{Potencia gastada}} = \frac{21\ kW}{30\ C.V. \cdot 0{,}735\ kW/C.V.} = 0{,}95$$

Es decir, $\rho = 95\ \%$.

P-5.13. *En una central hidroeléctrica de 40 m de desnivel y un caudal de 30 m³/s, se obtiene una potencia de 11 000 C.V. Calcular el rendimiento del salto.*

Solución Potencia del salto: $$P = \frac{\mathscr{E}}{t} = \frac{mgh}{t} = \frac{30\,000\ lit \cdot 1\ kg/lit \cdot 9{,}8\ m/s^2 \cdot 40\ m}{1\ s}$$

$P = 11\,760\ kW$

$$\text{Rendimiento} = \rho = \frac{\text{Potencia obtenida}}{\text{Potencia producida}} = \frac{11\,000\ C.V.}{11\,760\ kW} = \frac{110\,000\ C.V. \cdot 0{,}735\ kW/CV}{11\,760\ kW} =$$

$= 0{,}6875 \qquad \rho = 68{,}75\ \%$

P-5.14. *Se ha elevado un cuerpo a la velocidad de 2 m/s por medio de un motor de 1/5 C.V. de potencia. Calcular el peso del cuerpo.*

Solución $$P = \frac{\mathscr{E}}{t} = \frac{F \cdot s}{t} = F \cdot v = mg \cdot v;$$

$$\text{Peso} = mg = \frac{P}{v} = \frac{0{,}2\ C.V. \cdot 735\ W/C.V.}{2\ m/s} = 73{,}5\ N$$

P-5.15. *Un triciclo de 500 kp de peso sube una pendiente del 5 por 100 a la velocidad de 30 km/h. ¿Qué potencia desarrolla su motor?*

Solución $v = 30\ km/h = 8{,}33\ m/s$

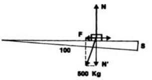
La fuerza o peso que arrastra el motor es $F = 500\ kp \cdot \operatorname{sen} \alpha$. Como la pendiente es pequeña, $tg\ \alpha = 5/100 = 0{,}05$, podemos tomar el valor de la tangente para el seno:

$F = 500\ kg \cdot 0{,}05 = 25\ kp;$

$$P = \frac{\mathscr{E}}{t} = \frac{F \cdot s}{t} = F \cdot v;$$

$P = 25\ kp \cdot 9{,}8\ N/kp \cdot 8{,}33\ m/s = 2\,041{,}67\ W$

En este cálculo no se tiene en cuenta el rozamiento.



P-5.16. *Una granada de cañón de 20 kg, sale con la velocidad de 500 m/s y alcanza el blanco con una velocidad de 400 m/s. Deducir la energía absorbida por la resistencia del aire. Darla en calorías. J = 0,24 calorías.*

Solución La variación de la energía cinética, en este caso disminución, es debida al roce con el aire; y se pierde en forma de calor.

$$\Delta Ec = Ec_2 - Ec_1 = \frac{1}{2}\, m\, (v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Delta Ec = \frac{1}{2}\, 20\ kg\, (400^2 - 500^2)\ m^2/s^2 = -900\,000\ J$$

Esta energía perdida (por eso lleva signos (—)), equivale a:

$Q = 900\,000\ J \cdot 0{,}24\ cal/J = 216\,000$ calorías

P-5.17. *Se dispara verticalmente hacia abajo con una velocidad de 10 m/s un cuerpo de 6 kg de masa, desde una altura de 50 m. Calcular:*

a) *El tiempo que tarda en llegar al suelo.*

b) *La velocidad que tiene en ese momento.*

c) *El incremento que ha experimentado su energía cinética.*

Tomar $g = 10\ m/s^2$

Solución *a)*
$$\left.\begin{array}{l} v = v_0 + gt \quad (1) \\ h = v_0 t + {}^1/_2\, gt^2 \quad (2) \end{array}\right\} \rightarrow v^2 = v_0^2 + 2\,gh \quad (3)$$

b) $v = \sqrt{v_0^2 + 2\,gh} = \sqrt{10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 50} = 33{,}17\ m/s$

a) De (1): $t = \dfrac{v - v_0}{g} = 2{,}32$ s

c) Δ Ec $=$ Ec$_{(2)}$ $-$ Ec$_{(1)}$ $= {}^{1}/_{2}\, m\, (v^2 - v_1^2)$

Δ Ec $= {}^{1}/_{2}\, 6$ kg $(1\,100 - 100)$ m^2/s^2 $= 3\,000$ J

P-5.18. *Un avión necesita la potencia de 3 000 C.V. para mantener la velocidad constante de 600 kilómetros/hora. Calcular el trabajo que realizó el avión para volar 20 km a esa velocidad.*

Solución $P = \dfrac{\mathscr{E}}{t} = \dfrac{F \cdot s}{t} = F \cdot v \rightarrow F = \dfrac{P}{v}$

De esta ecuación deducimos la fuerza que desarrollan los motores para alcanzar esa velocidad de crucero:

$$F = \frac{3\,000 \text{ C.V.} \cdot 735 \text{ W/C.V.}}{600 \text{ km/h}} = \frac{2{,}205 \cdot 10^6 \text{ W}}{166{,}67 \text{ m/s}} = 13\,230 \text{ N}$$

$$\mathscr{E} = F \cdot s = 13\,230 \text{ N} \cdot 20\,000 \text{ m} = 2{,}646 \cdot 10^8 \text{ J}$$

P-5.19. *Se quiere instalar una bomba para elevar el caudal de 420 l/mn a un depósito de 25 m de altura. Calcular la potencia del motor, si su rendimiento es del 75 por 100.*

Solución Trabajo de elevación: $\mathscr{E} = mgh$; que supone una energía por segundo o potencia:

$$P = \frac{mgh}{t} = \frac{420 \text{ l} \cdot 1 \text{ kg/l}}{60 \text{ s}} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 25 \text{ m} = 1\,715 \text{ W}$$

$$\text{Rendimiento} = 0{,}75 = \frac{\text{Potencia útil}}{\text{Potencia instalada}}$$

$$\text{Potencia instalada} = \frac{\text{Potencia útil}}{\text{rendimiento}} = \frac{1\,715 \text{ W}}{0{,}75} = 2\,286{,}67 \text{ W}$$

P-5.20. *Calcular la potencia de un motor que comunica por carretera horizontal la velocidad de 90 km/h a un coche de 1 200 kg de peso.*

$$P = \frac{\mathscr{E}}{t} = \frac{F \cdot s}{t} = F \cdot v; \quad v = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}$$

$$P = 1\,200 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 25 \text{ m/s} = 294 \text{ kW}$$

P-5.21. *Un móvil ofrece al avance una resistencia de 120 kp. Calcular la potencia del motor que comunica una velocidad de 36 km/h en carretera horizontal.*

Solución $P = \dfrac{\mathscr{E}}{t} = \dfrac{F_r \cdot s}{t} = F_r \cdot v; \quad v = 36 \text{ km/} = 10 \text{ m/s}$

$$P = 120 \text{ kp} \cdot 9{,}8 \text{ N/kp} \cdot 10 \text{ m/s} = 11{,}76 \text{ kW}$$

P-5.22. *Un cuerpo de 100 kg, cae desde una altura de 10 m y choca contra un palo vertical. Si éste penetra medio metro en el suelo, calcular:*

a) *La energía cinética del cuerpo al chocar contra el palo.*

b) *La resistencia que opone el suelo a la penetración.*

Solución *a)* E_c (abajo) $= E_p$ (arriba) $=$ mgh

$Ec = 100 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 10 \text{ m} = 9\,800 \text{ J}$

b) El trabajo resistente a la penetración es igual a la energía cinética, que poseía el cuerpo al chocar:

$$E_c = \mathscr{E} = F_r \cdot s; \qquad F_r = \frac{E_c}{s} = \frac{9\,800 \text{ J}}{0{,}50 \text{ m}} = 19\,600 \text{ N}$$

P-5.23. *Deslizamos un cuerpo de 12 kg, por una superficie horizontal lisa mediante la acción de una fuerza que forma un ángulo de 45° con el desplazamiento. Al cabo de 10 segundos ha recorrido una distancia de 20 m. Calcular:*

a) *El valor de la fuerza aplicada.*
b) *El trabajo desarrollado en el desplazamiento.*
c) *La energía cinética que tiene al llegar a los 20 m de recorrido.*

Solución En este caso, el trabajo viene dado por la proyección de la fuerza aplicada sobre el desplazamiento del cuerpo:

$\mathscr{E} = F \cdot s \cdot \cos\alpha$; siendo la fuerza aplicada en la dirección del desplazamiento:

$F' = F \cdot \cos\alpha$

a) De donde la fuerza aplicada $F = \dfrac{F'}{\cos\alpha}$

Hallamos F': $F' = ma$

Como $s = \dfrac{1}{2} at^2 \rightarrow a = \dfrac{2s}{t^2}$

Luego: $F' = m \cdot \dfrac{2s}{t^2} = 12 \text{ kg} \cdot \dfrac{2 \cdot 20 \text{ m}}{100 \text{ s}^2} = 4{,}80 \text{ N}$

$$F = \frac{F'}{\cos 45^\circ} = \frac{4{,}80 \text{ N}}{\dfrac{\sqrt{2}}{2}} = 6{,}79 \text{ N}$$

b) $\mathscr{E} = F \cdot s \cdot \cos 45^\circ = F' \cdot s$

$\mathscr{E} = 4{,}80 \text{ N} \cdot 20 \text{ m} = 96 \text{ J}$

c) La energía cinética que posee es igual al trabajo desarrollado para trasladar el cuerpo: $E_c = 96 \text{ J}$

P-5.24. *El motor de un montacargas sube 180 kg a 30 m de altura. Calcular:*

a) *el trabajo que realiza el montacargas;*
b) *la potencia del motor en kW si en cada subida emplea un minuto;*
c) *si se pierde un 40 por 100 de energía en las transmisiones, ¿cuál es la potencia real del motor?*
d) *Si 1 kW.h vale 2,5 pts, ¿cuánto supone subir esa carga?*

Solución *a)* $\mathscr{E} = F \cdot h = mg \cdot h$

$\mathscr{E} = 180 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 30 \text{ m} = 52\,920 \text{ J}$

b) $P = \dfrac{\mathscr{E}}{t} = \dfrac{52\,920 \text{ J}}{60 \text{ s}} = 0{,}882 \text{ kW}$

c) Rendimiento $= 60\ \% = \dfrac{\text{Potencia utilizada}}{\text{Potencia instalada}}$

$$\text{Potencia instalada} = \frac{\text{Potencia utilizada}}{\text{Rendimiento}}$$

$$P_t = \frac{0{,}882\ \text{kW}}{0{,}60} = 1{,}47\ \text{kW}$$

d) Energía gastada para subir el cuerpo:

$$\mathscr{E} = P \cdot t = 1{,}47\ \text{kW} \cdot 1\ \text{mn} \cdot \frac{1}{60}\ \text{h/mn} = \frac{1{,}47}{60}\ \text{kW.h}$$

$$\text{Coste} = \frac{1{,}47}{60}\ \text{kW} \cdot \text{h} \cdot 2{,}50\ \text{pta/kW} \cdot \text{h} = 0{,}06\ \text{pta} = 6\ \text{céntimos}$$

P-5.25. *Un coche sube una pendiente de 8 por 100 a una velocidad de 72 km/h. Peso del coche, 1 200 kg. Si el rozamiento vale $\mu = 0{,}2$, calcular la potencia que desarrolla el coche.*

Solución $P = \dfrac{\mathscr{E}}{t} = \dfrac{F \cdot s}{t} = F \cdot v\ (1); \quad v = 72\ \text{km/h} = 20\ \text{m/s}$

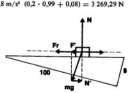
$$\Sigma F = m \cdot 0 = 0; \quad \Sigma F = F_r + F'$$

$$\left.\begin{matrix} F_r = \mu N = \mu\, mg \cos\alpha \\ F' = mg \operatorname{sen}\alpha \end{matrix}\right\} \rightarrow \Sigma F = mg\ (\mu \cos\alpha + \operatorname{sen}\alpha)$$

Pendiente de la cuesta: $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{8}{100} = 0{,}08 \simeq \operatorname{sen}\alpha$

$$\cos\alpha = \sqrt{1 - \operatorname{sen}^2\alpha} = 0{,}99$$

$$\Sigma F = 1\,200\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2\ (0{,}2 \cdot 0{,}99 + 0{,}08) = 3\,269{,}29\ \text{N}$$



Valor que sustituido en la (1), nos da:

Potencia, $P = 3\,269{,}29\ \text{N} \cdot 20\ \text{m/s} = 65\,385{,}6\ \text{W} = 65{,}385\ \text{kW}$

P-5.26. *Una máquina trabaja con el 40 por 100 de rendimiento y en 5 mn consume una energía de 36 000 kgm. Calcular su potencia útil.*

Solución Rendimiento $= \dfrac{\text{Potencia utilizada}}{\text{Potencia gastada en la red}}$

Potencia utilizada = Potencia gastada en la red · rendimiento.

$$P_{\text{útil}} = \frac{36\,000\ \text{kgm}}{5 \cdot 60\ \text{s} \cdot \dfrac{75\ \text{kgm/s}}{\text{C.V.}}} = 1{,}6\ \text{C.V.}$$

C-6.1. *Hasta llegar a la teoría actual de que el calor es energía hubo que recorrer muchas etapas. ¿Sabrías resumirlas?*

Solución Primeramente se admitió que el calor era como un fluido, el *calórico*, que impregnaba todos los cuerpos. Para algunos, el calor consistía en el movimiento interno de partículas de materia. Luego se comprobó que el trabajo se transformaba en calor, y que a su vez, el calor también se transformaba en trabajo. De aquí se llegó a ver la relación del calor con la energía y se comprobó que el calor era una forma más de presentarse la energía.

C-6.2. *El calor es una magnitud física; ¿qué quiere decir eso?*

Solución El calor es una magnitud física porque se puede medir y definir la igualdad y la suma de la cantidad de calor.

C-6.3. *¿Es lo mismo calor que temperatura? Razona la respuesta.*

Solución No es igual. El calor es energía; la temperatura, no; el calor es una magnitud, la temperatura, no. La temperatura de un cuerpo aumenta o disminuye recibiendo o perdiendo una cierta cantidad de calor. Por eso la temperatura sirve para indicar el nivel térmico que tienen los cuerpos.

C-6.4. *Decimos que el termómetro mide la temperatura de los cuerpos; ¿es esto cierto?*

Solución El termómetro mide "su temperatura" y a la vez la temperatura de los cuerpos que están en su entorno por el equilibrio término que se produce en los cuerpos que se encuentran en contacto durante un tiempo conveniente.

C-6.5. *¿Qué entiendes por equilibrio térmico?*

Solución Equilibrio térmico es el proceso por el que dos o más cuerpos adquieren la misma temperatura cuando están en contacto durante un tiempo determinado.

C-6.6. *La escala absoluta y la escala Celsius son dos escalas centigradas; ¿qué quiere decir esto? ¿Qué es un grado?*

Solución Que el intervalo de temperaturas entre los puntos fijos de fusión del hielo y ebullición del agua está dividido en 100 partes iguales en ambas escalas. Cada una de estas divisiones es un grado.

C-6.7. *Uno de los efectos que se obtienen al dar calor a los cuerpos, es dilatarlos. ¿Puede un sólido dilatarse linealmente?*

Solución Un sólido, al calentarse, se dilata en todas sus direcciones; también, por tanto, las aristas de sus caras. En este sentido se puede hablar de dilatación lineal de un sólido, bien entendido que en este caso la dilatación es cúbica.

C-6.8. *La densidad de los cuerpos, en general, disminuye al aumentar la temperatura. ¿Por qué?*

Solución Porque el volumen de los cuerpos aumenta —en general— con la temperatura, pero no la masa. Por consiguiente, la densidad disminuye al aumentar el volumen: $\rho = \frac{m}{V}$.

C-6.9. *El hielo es menos denso que el agua líquida; ¿por qué?*

Solución El agua, al solidificar, aumenta de volumen y por eso el hielo pesa menos, es menos denso que el agua y flota en ella.

C-6.10. *La caloría se emplea para medir el calor; ¿es unidad de algún sistema? Define la caloría.*

Solución La caloría no es unidad de calor de ningún sistema, sino una unidad práctica empleada para medir el calor antes que se conociera la verdadera naturaleza del mismo.

Caloría es el calor que necesita 1 g de agua para elevar su temperatura de 14,5° C a 15,5° centígrados a la presión de 1 atmósfera. Se ha tomado este grado de temperatura porque varía el calor necesario para elevar un grado según el intervalo que se considere.

También se ha definido como el calor equivalente a $\frac{1}{860}$ vatios-hora.

C-6.11. *¿Qué es una transformación física? ¿A qué se llama transformación inversa? Dar dos ejemplos de transformaciones directa e inversa.*

Solución Todo cambio de estado producido en un cuerpo. Son transformaciones físicas "directas", por ejemplo, la evaporación del agua y la fusión de un sólido.

Las transformaciones físicas inversas devuelven el cuerpo a su forma y estado anterior.

Son transformaciones inversas la condensación o licuación del vapor y la solidificación de un cuerpo fundido.

C-6.12. *El calor específico del agua es de 1 cal/g °C; ¿qué quiere decir eso?*

Solución Que para elevar un grado la temperatura de un gramo de agua hace falta, en general, comunicarle una caloría.

C-6.13. *Demuestra que es lo mismo medir el calor específico en cal/g °C que en kcal/kg °C.*

Solución $$\frac{\text{cal}}{\text{g °C}} = \frac{\text{cal} \cdot 10^{-3}\ \text{kcal/cal}}{\text{g} \cdot 10^{-3}\ \text{kg/g °C}} = \frac{\text{kcal}}{\text{kg °C}}$$

C-6.14. *La capacidad calorífica de los cuerpos se mide en cal/g °C. Justifícalo.*

Solución Capacidad calorífica de un cuerpo es el producto de la masa por su calor específico. Si en el producto indicamos las unidades de cada magnitud se tiene:

$$C = m \cdot \text{gramos} \cdot \frac{c\ \text{cal}}{\text{g °C}} = mc\,\frac{\text{cal}}{\text{°C}}$$

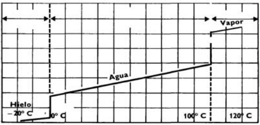
C-6.15. *La unidad del calor en el S.I. es el julio; ¿por qué?*

Solución Porque el calor es una clase de energía y como tal se mide en las unidades de energía.

C-6.16. *Se demuestra que mientras un cuerpo está cambiando de estado su temperatura no varía, aunque el cuerpo sigue recibiendo o desprendiendo calor. ¿Por qué?*

Solución El calor que recibe o desprende un cuerpo cuando cambia de estado se invierte todo él en producir el cambio; por eso la temperatura del cambio de estado permanece fija.

C-6.17. *En la gráfica adjunta se representan los cambios de calor y temperatura del agua que pasa de — 20° C a 120° C. Explica razonadamente los calores absorbidos y sus diferentes pasos.*



Solución 1) Para pasar el hielo desde — 20° C a 0° C absorbe el calor:

$q_1 = mc_h \cdot (0 - (-20°)) = mc_h \cdot 20.$

2) A 0° C el hielo funde, absorbiendo el calor de fusión:

$q_f = mc_f$ a temperatura constante.

3) El agua se calienta desde 0° C absorbiendo:

$q_3 = mc\ (100 - 0)\ °C = mc \cdot 100.$

4) El agua a 100° C se evapora absorbiendo el calor:

$q_v = mc_v$ a temperatura constante.

5) El vapor se recalienta pasando de 100° C a 120° C:

$q_5 = mc_{vap} \cdot (120 - 100)\ °C = mc_{vap}\ 20.$

C-6.18. *¿Es lo mismo evaporación que ebullición? Contesta razonadamente.*

Solución No. La evaporación se produce sólo en la superficie del líquido y a cualquier temperatura.
La ebullición se produce en toda la masa del líquido cuando se alcanza una temperatura determinada, propia del líquido a la presión que se encuentra.

C-6.19. *Si decimos que el agua hierve a 100° C, ¿está eso bien dicho?*

Solución No es del todo correcto. El agua hierve a 100° C cuando la presión atmosférica es de una atmósfera. Para presiones inferiores hierve antes, y para presiones superiores la temperatura de ebullición es mayor de 100° C.

C-6.20. *¿Qué tienen de común la vaporización, la evaporación y la ebullición?*

Solución Son tres formas de cambio de líquido a vapor; la vaporización representa cualquier forma de pasar de líquido a vapor; la evaporación y la ebullición son dos formas concretas de vaporización.

C-6.21. *¿Se puede licuar algún gas sin enfriarlo?*

Solución Algunos gases se pueden licuar incrementando convenientemente la presión sin variar la temperatura (transformaciones isotermas). Hace falta como condición indispensable que la temperatura de la experiencia sea inferior (o igual) a la temperatura crítica del gas.
De este modo se licúa el CO_2 comprimiéndolo a 50 atmósferas cuando la temperatura es la ambiental (15° a 18° C).

C-6.22. *¿Cómo se puede llegar a temperaturas próximas al cero absoluto, por ejemplo, — 260° C?*

Solución Por el método de "cascada". Un gas licuado absorbe calor para evaporarse y enfría el entorno que le rodea. De este modo, con el oxígeno líquido (— 183° C) se consigue, al evaporarse, alcanzar temperaturas de — 253° C y licuar el hidrógeno; por evaporación de éste se logran temperaturas de — 267° C y licuar el helio.

C-6.23. *¿Por qué se caracteriza el cero absoluto?*

Solución Es una temperatura a la cual los cuerpos pierden toda su energía y su tensión de vapor o presión es cero. Es el origen de la escala absoluta de temperatura.

PROBLEMAS DE APLICACION

P-6.1. *Calcular en la escala de Celsius las temperaturas Fahrenheit 59° F y — 8° F. ¿A qué temperatura señala el termómetro centesimal los mismos grados que el termómetro Fahrenheit?*

Solución $\dfrac{°C}{100} = \dfrac{°F - 32}{180} \qquad °C = \dfrac{5}{9}(°F - 32)$

a) $°C = \dfrac{5}{9}(59° F - 32) = 15° C$

b) $°C = \dfrac{5}{9}(-8 °F - 32) = -22{,}22° C$

c) $\dfrac{x}{5} = \dfrac{x - 32}{9} \qquad x = -40° C = -40° F$

P-6.2. *Calcular la temperatura del cuerpo humano, 37° C, en la escala Fahrenheit y en la escala absoluta.*

Solución *a)* $°F = \dfrac{9}{5} \cdot °C - 32 = 98{,}6° F$

b) $37° C = (273 + 37) °K = 310° K$

P-6.3. *Un estudiante dice haber leído en una revista inglesa que la temperatura de una lámpara eléctrica era de 5 342°; pero recuerda haber oído que es difícil sobrepasar los 3 500°. Explicar la contradicción aparente.*

Solución Son temperaturas medidas en diferentes escalas.

A 3 500° C le corresponden en grados °F:

$$°F = \frac{9}{5} \cdot 3\,500° - 32 = 6\,332° \text{ F}$$

Luego no hay contradicción si los 5 342° eran °F. Esto quiere decir que nunca se deben escribir los grados termométricos sin indicar la escala a que se refieren.

P-6.4. *El volumen del depósito de un termómetro de mercurio hasta la división 0 es 0,65 cm³ a la temperatura de 0° C. Calcular:*

a) *el volumen interior de la columna de mercurio correspondiente a 1° C;*
b) *el diámetro interior del tubo del termómetro, si un grado mide la longitud de 1 cm. Coeficiente de dilatación absoluta del mercurio* $\frac{1}{5\,550}$.

Solución *a)* El volumen que ocupa el mercurio al elevar un grado su temperatura es lo que se dilata el volumen inicial v_0.

Volumen de un grado en la columna $= V_0 \cdot \alpha \cdot 1° C$.

$$V = 0{,}65 \text{ cm}^3 \cdot \frac{1}{5\,550} = 1{,}17 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^3$$

b) $V = \pi r^2 h \rightarrow r = \sqrt{\dfrac{V}{\pi h}}$

$$r = \sqrt{\frac{1{,}17 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^3}{\pi \cdot 1 \text{ cm}}} = 0{,}61 \cdot 10^{-2} \text{ cm}$$

P-6.5. *A la temperatura de 50° C una varilla de plomo mide 101 cm y otra de vidrio 100 cm. Calcular la diferencia de longitud de las varillas a 0° C. Coeficiente de dilatación lineal del plomo,* $\lambda = 3 \cdot 10^{-5}$; *del vidrio,* $\lambda' = 9 \cdot 10^{-4}$.

Solución $L = L_0 (1 + \alpha t)$;

Plomo: $101 = L_0 (1 + 50 \cdot 3 \cdot 10^{-5})$

Vidrio: $100 = L_0' (1 + 50 \cdot 9 \cdot 10^{-4})$

$$L_0 = \frac{101}{1 + 15 \cdot 10^{-4}} = 100{,}8487 \text{ cm}$$

$$L_0' = \frac{100}{1 + 45 \cdot 10^{-4}} = 99{,}9550 \text{ cm}$$

$\Delta L_0 = L_0 - L_0' = 100{,}8487 - 99{,}9550 = 0{,}89$ cm

P-6.6. *Definir el coeficiente de dilatación superficial* β *de un sólido, y demostrar que* $\beta = 2\lambda$. *Aplicación: a 0° C una placa de cobre tiene como dimensiones:* $a = 1{,}2$ *m y* $b = 0{,}8$ *m. Calcular la superficie de la placa a la temperatura* $t = 90°$ *C. Coeficiente de dilatación lineal del cobre,* $\lambda = 1{,}7 \cdot 10^{-5}$.

Solución Es el aumento que experimenta la unidad de superficie de un cuerpo cuando se incrementa un grado su temperatura.

(1) $S_0 = a \cdot b$; $S_t = a\ (1 + \lambda\, t) \cdot b\ (1 + \lambda\, t) = ab\ (1 + 2\,\lambda\, t + \lambda^2 t^2)$

(2) $S_t = S_0\ (1 + \beta\, t)$

(3) $S_t = ab\ (1 + 2\,\lambda\, t)$, si prescindimos del término cuadrático, despreciable frente a los demás.

Comparando las ecuaciones (1), (2) y (3) vemos que $\beta = 2\,\lambda$.

Aplicación:

$S_t' = S_0\ (1 + \beta\, t)$; $\beta = 2 \cdot 1{,}7 \cdot 10^{-6} = 3{,}4 \cdot 10^{-6}$

$S_t = 1{,}2 \cdot 0{,}8\ (1 + 3{,}4 \cdot 10^{-6} \cdot 90) = 0{,}963\ m^2$

P-6.7. *Un recipiente cilíndrico de hierro tiene $V_0 = 1\,000\ cm^3$ de capacidad a $0^\circ C$. Se llena exactamente de plomo fundido a la temperatura de fusión, $t = 325^\circ C$, y, luego, se enfría el sistema hasta $0^\circ C$. Calcular, a esa temperatura, la diferencia entre el volumen del recipiente y el volumen del plomo.*
Coeficiente de dilatación lineal del hierro. $\lambda = 1{,}15 \cdot 10^{-5}$; del plomo, $\lambda' = 2{,}85 \cdot 10^{-5}$.

Solución A 325° C el volumen del recipiente del hierro y el del plomo fundido son iguales. Calculemos ese volumen en el recipiente de hierro y comparémoslo con el del plomo fundido.

$V_{Fe} = V_0\ (1 + 3 \cdot \lambda \cdot t)$;

$$\left.\begin{array}{l} V = 600\ cm^3\ (1 + 3 \cdot 1{,}15 \cdot 10^{-5} \cdot 325) \\ V_{pb} = V_0\ (1 + 3 \cdot 2{,}85 \cdot 10^{-5} \cdot 325) \end{array}\right\} V_0 = 600 \left(\frac{1 + 0{,}0112125}{1 + 0{,}245375} \right) = 592{,}20\ cm^3$$

Diferencia de volúmenes:

$\Delta V_0 = (600 - 592{,}20)\ cm^3 = 7{,}8\ cm^3$

El recipiente de hierro tiene 7,8 cm³ más de volumen que el plomo a 0° C.

P-6.8. *La densidad del cloroformo a $20^\circ C$ es $1{,}49\ g/cm^3$; y, a la temperatura de $0^\circ C$, su densidad es $\rho_0 = 1{,}52\ g/cm^3$. Calcular el coeficiente de dilatación absoluta del cloroformo.*

Solución Como la masa no varía:

$m = V_0\, \rho_0 = V \cdot \rho \qquad V_0\, \rho_0 = V_0\ (1 + \alpha\, t) \cdot \rho$

$$\rho_0 = \rho + \rho\, \alpha\, t \rightarrow \alpha = \frac{\rho_0 - \rho}{\rho \cdot t}$$

Es decir:

$$\alpha = \frac{(1{,}52 - 1{,}49)\ g/cm^3}{1{,}49\ g/cm^3 \cdot 20^\circ C} = 1{,}007 \cdot 10^{-3}$$

P-6.9. *Una vasija cerrada, de paredes rígidas, contiene oxígeno a $0^\circ C$ y presión de 5 atmósferas. Hallar la presión del oxígeno si se calienta a $80^\circ C$.*

Solución $P = P_0\ (1 + \beta\, t)$: $P = 5\ at \left(1 + \dfrac{80}{273}\right) = 6{,}47\ at$

P-6.10. *Un artesano desea recubrir con un aro de hierro una rueda de 4,5 m de longitud. Si la longitud del aro de hierro es de 4,48 m a 0° C, calcular la temperatura a que debe calentarlo para poder adaptarlo a la rueda.*
Coeficiente de dilatación lineal del hierro, $\lambda = 1{,}2 \cdot 10^{-5}$.

Solución $L_t = L_o\,(1 + \lambda\,t) = L_o + L_o\,\lambda\,t \Rightarrow t = \dfrac{L_t - L_o}{L_o\,\lambda}$

En nuestro caso:

$$t = \frac{(4{,}5 - 4{,}48)\ \text{m}}{4{,}48\ \text{m} \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-5}/°\text{C}} = 372{,}0°\ \text{C}$$

P-6.11. *Se llena de mercurio un recipiente de vidrio de 1 litro de capacidad a la temperatura de 0° C. Se calienta el conjunto hasta 100° C. Calcular la cantidad de mercurio que se ha derramado. Coeficiente de dilatación cúbica del mercurio, $\alpha = 1{,}8 \cdot 10^{-4}$; del vidrio, $\alpha = 2{,}4 \cdot 10^{-5}$.*

Solución $V_{Hg} = 1\ \text{lit}\ (1 + 100 \cdot 1{,}8 \cdot 10^{-4}) = 1{,}018\ \text{lit}$

$V_{vid.} = 1\ \text{lit}\ (1 + 100 \cdot 2{,}4 \cdot 10^{-5}) = 1{,}0024\ \text{lit}$

$\Delta V = 1{,}018\ \text{lit} - 1{,}0024\ \text{lit} = 15{,}6\ \text{cm}^3$ es el volumen de mercurio que se derrama.

P-6.12. *Se mezclan 250 g de agua a 40° C con 375 g de agua a 15° C. Hallar la temperatura final de la mezcla.*

Solución El calor perdido por el agua caliente es igual al que recibe el agua fría:

$m_1 \cdot c \cdot \Delta t = m_2 \cdot c \cdot \Delta t'$

Es decir, si llamamos t la temperatura final del equilibrio térmico:

$250\ \text{g} \cdot 1\ \text{cal/g}\,°\text{C}\ (40 - t)\,°\text{C} = 375\ \text{g} \cdot 1\ \text{cal/g}\,°\text{C}\ (t - 15)\,°\text{C} \Rightarrow$

$$t = \frac{250 \cdot 40 + 375 \cdot 15}{625} = 25°\ \text{C}$$

P-6.13. *Un bloque de cobre de 5 kg se enfría desde 100° C hasta 50° C. Determinar el calor perdido por el cobre y la temperatura que alcanzarán 2 375 g de agua si absorbe ese calor a 12° C. Calor específico del cobre, $c = 0{,}095$ cal/g °C.*

Solución Calor perdido por el cobre:

$Q = m \cdot c\ (t_2 - t_1)$.

Es decir:

$Q = 5\,000 \cdot 0{,}095\ \text{cal/g}°\text{C}\ (100 - 50) = 23\,750\ \text{cal}$.

Este calor lo recibe el agua y se calienta hasta una temperatura t.

$23\,750\ \text{cal} = 2\,375\ \text{g} \cdot 1\ \text{cal/g}\,°\text{C}\ (t - 12)$

$t = 22°\ \text{C}$

P-6.14. *Un calorimetro de latón pesa 150 g. El calor específico de latón es $c = 0{,}095$ cal/g °C. Determinar:*

a) *la capacidad calorífica del latón;*
b) *el calor que absorbe al pasar el calorímetro de 15° C a 40° C;*
c) *el equivalente en agua de ese calorímetro.*

Solución *a)* $C = m \cdot c$; $C = 150 \text{ g} \cdot 0{,}095 \text{ cal/g °C} = 14{,}25 \text{ cal/°C}$

b) $Q = m \cdot c\,(t_2 - t_1)$; $Q = 150 \text{ g} \cdot 0{,}095 \text{ cal/g °C } (40 - 15) = 356{,}25 \text{ cal}$

c) El equivalente en agua, por grado de temperatura, es:

$$C = 14{,}25 \text{ cal/°C} = m \cdot 1 \text{ cal/g °C} \cdot 1° \text{C}$$

$m = 14{,}25$ gramos = equivalente en agua del calorímetro (μ).

P-6.15. *Una vasija de latón vacía pesa 52,5 g y está a 10° C de temperatura. Si, después de verter 20 g de agua caliente a 50° C, la temperatura final del sistema es de 42° C, ¿cuál es el calor específico del latón?*

Solución El calor cedido por el agua lo recibe el latón:

$$20 \text{ g} \cdot 1 \text{ cal/g °C } (50 - 42) \text{ °C} = 52{,}5 \text{ g} \cdot c \cdot (42 - 10) \text{ °C}$$

$$c = \frac{20 \cdot 8 \text{ cal}}{52{,}5 \text{ g} \cdot 32° \text{C}} = 0{,}095 \text{ cal/g °C}$$

P-6.16. *En 250 g de agua a 50° C introducimos un trozo de hielo de 2,5 g a la temperatura de —10° C. Hallar la temperatura final del agua.*
Calor específico del hielo, $c = 0{,}5$ cal/g °C.
Calor de fusión del hielo, $c = 80$ cal/g.

Solución El hielo recibe el calor que cede el agua:

El agua pierde $Q = 250 \text{ g} \cdot 1 \text{ cal/g °C } (50 - t)$.

El hielo recibe el calor en tres etapas:

1.ª Para elevar su temperatura de —10° C a 0° C:

$$q_1 = 2{,}5 \text{ g} \cdot 0{,}5 \text{ cal/g °C } [0 - (-10)] = 12{,}5 \text{ cal}$$

2.ª Para fundirse a 0° C

$$q_{fus.} = 2{,}5 \text{ g} \cdot 80 \text{ cal/g} = 200 \text{ cal}$$

3.ª Para calentarse desde 0° C a t, el agua líquida:

$$q_3 = 2{,}5 \cdot 1 \text{ cal/g °C } (t - 0) \text{ °C}$$

Luego:

$$Q = q_1 + q_2 + q_3$$

Es decir:

$$250\,(50 - t) = 12{,}5 + 200 + 2{,}5\,t \rightarrow t = \frac{250 \cdot 50 - 212{,}5}{252{,}5} = 48{,}66 \text{ °C}$$

P-6.17. *Se echan 3 kg de hielo a la temperatura de $-2°$ C dentro de un estanque aislado, que contiene 8 kg de agua a 40° C. Explicar lo que pasa y deducir cuál será la temperatura final de la mezcla. Calor específico del hielo, $c = 0{,}5$ cal/g °C. Calor de fusión del hielo, $c_f = 80$ cal/g.*

Solución El hielo, primeramente, eleva su temperatura de $-2°$ C hasta 0° C absorbiendo un calor q_1 del agua; alcanzada la temperatura de 0° C se funde si recibe el calor de fusión q_f. Una vez licuado, el agua del hielo absorbe más calor y alcanza la temperatura del equilibrio térmico.

Calor cedido por el agua: $Q = 8\,000 \cdot g \cdot 1$ cal/g °C $(40 - t)$.

Calor absorbido por el hielo:

a) $q_1 = 4\,000$ g $\cdot$ 0,5 cal/g °C $[0 - (-2)] = 4\,000$ cal

b) $q_f = 4\,000$ g $\cdot$ 80 cal/g $= 320\,000$ cal

c) $q_2 = 4\,000$ g $\cdot$ 1 cal/g °C $(t - 0)$ °C

Por igualación, tenemos:

$$8\,000\,(40 - t) = 4\,000 + 320\,000 + 4\,000\,(t) \rightarrow t = \frac{8\,000 \cdot 40 - 324\,000}{12\,000} = -$$

Como la temperatura final resulta negativa, indica que con esa cantidad de agua a 40° C no hay suficiente calor para fundir todo el hielo, y la temperatura de equilibrio será la de la mezcla fundente hielo — agua, es decir, de 0° C.

Cantidad de hielo que se funde:

Los 8 kg de agua, al enfriarse de 40° C a 0° C, pierden:

$8\,000$ g $\cdot$ 1 cal/g $\cdot$ 40° C $= 320\,000$ cal

De ellas, 4 000 cal son absorbidas por los 4 000 g de hielo para subir temperatura de $-2°$ C a 0° C.

Quedan:

$320\,000 - 4\,000 = 316\,000$ cal.

Con este calor se funden:

$$m = \frac{316\,000 \text{ cal}}{80 \text{ cal/g}} = 3\,950 \text{ g}$$

Quedan sin fundir:

$m' = 4\,000 - 3\,950 = 50$ g

Luego, al final se tiene una mezcla fundente de 50 g de hielo más 11 950 g de agua a la temperatura de 0° C.

P-6.18. *Se colocan 100 g de hielo a 0°C en cierta cantidad de agua a 40° C y se observa que, después de fundido el hielo, la temperatura de la mezcla es 10° C inferior a la del agua primitiva. Calcular la masa de agua caliente. Calor de fusión del hielo, $C_f = 80$ cal/g.*

Solución Calor absorbido por el hielo:

a) calor de fusión: $q_f = 100$ g $\cdot$ 80 cal/g $= 8\,000$ cal

b) calor para llegar de 0° C a 30° C:

$q_1 = 100$ g $\cdot$ 1 cal/g° C $\cdot$ 30° C $= 3\,000$ cal

Las $8\,000 + 3\,000 = 11\,000$ cal las pierden los m gramos de agua, a 40° C, al pasar a 30° C.

$$mg \cdot 1\ cal/g\,^{\circ}C\,(40 - 30) = 11\,000\ cal$$

$$m = \frac{11\,000\ cal}{100\ cal/g} = 1\,100\ g = 1{,}1\ kg$$

P-6.19. *En un calorímetro de latón de 180 g de masa hay agua a 20° C. Se colocan 80 g de hielo fundente en el agua y, cuando se alcanza el equilibrio térmico, quedan 15 g de hielo sin fundir. Calcular:*

a) *La masa de agua, a 20° C, que contenía el calorímetro.*
b) *La masa de agua a 50° C que se debe añadir para que la temperatura final sea de 12° C.*

Calor de fusión del hielo, $c_f = 80$ cal/g. Calor específico del latón, $c = 0{,}1$ cal/g° C.

Solución *a)* La temperatura de equilibrio térmico hielo-agua es de 0° C. El hielo absorbe calor para fundirse y se lo ceden el calorímetros y los m g de agua que se enfrían desde 20° C a 0° C.

Calor absorbido por el hielo para fundirse:

$Q_f = (80 - 15)\ g \cdot 80\ cal/g = 5\,200\ cal$ (1)

que se lo cede, en parte, el calorímetro:

$q_1 = 180\ g \cdot 0{,}1\ cal/g \cdot (20 - 0)\ ^{\circ}C = 360\ cal$ (2)

y el agua

$q_2 = m \cdot 1\ cal/g\,^{\circ}C\,(20 - 0)\ ^{\circ}C$ (3)

$Q_f = q_1 + q_2$. Luego

$5\,200\ cal = 360\ cal + m \cdot 20$

$$m = \frac{5\,200 - 360}{20} = 242\ g\ \text{de agua}$$

b) En la mezcla fundente hielo-agua a 0° C, tenemos: 242 g de agua + $(80 - 15)_g$ de agua provenientes del hielo fundido + 15 g de hielo. Es decir, 307 g de agua y 15 g de hielo a 0° C.
Para que la temperatura final sea de 12° C, primero se han de fundir los 15 g de hielo, y luego se ha de elevar toda el agua de 0° C a 12° C con el calor que cedan los m' g de agua añadidos a 50° C.

a) $Q_{fusion} = 15\ g \cdot 80\ cal/g = 1\,200\ cal$

b) calor para elevar los 322 g de agua de 0° C a 12° C

$q = 322\ g \cdot 1\ cal/g\,^{\circ}C\,(12 - 0)\ ^{\circ}C = 3\,864\ cal$

Calor recibido: $Q_f + q = 1\,200 + 3\,864 = 5\,064$ cal

Calor cedido: $q' = m \cdot 1\ cal/g\,^{\circ}C\,(50 - 12)\ ^{\circ}C$

Igualando:

$$5\,064 = m \cdot 38 \rightarrow m = \frac{5\,064}{38} = 133{,}36 \text{ g de agua a } 50^\circ\text{C}$$

P-6.20. *Calcular el equivalente en agua del termómetro de un calorímetro que tiene 3 g de vidrio y 8 g de mercurio, sumergidos en el agua del calorímetro. Calor específico del vidrio, $c = 0{,}2$ cal/g °C, idem del mercurio, $c = 0{,}03$ cal/g °C.*

Solución Equivalente en agua del termómetro. Hallemos su capacidad calorífica =

$= 3 \text{ g} \cdot 0{,}2 \text{ cal/g °C} + 8 \text{ g} \cdot 0{,}03 \text{ cal/g °C} = 0{,}84 \text{ cal/°C}$

Este calor es el que reciben m g de agua para elevar un grado su temperatura (el equivalente, μ).

$0{,}84 \text{ cal/°C} = m \cdot 1 \text{ cal/g°C} \cdot 1° \text{C} \rightarrow m = 0{,}84 \text{ cal/°C} \ (\mu)$

Por ser el calor específico del agua, 1 cal/g°C, el equivalente en agua es igual a la capacidad calorífica del termómetro.

P-6.21. *Se sumergen 60 g de hierro a 100° C en 178 g de agua a 19° C. Cuando se alcanza el equilibrio térmico, el termómetro señala 22° C. Hallar el calor específico del hierro.*

Solución $178 \text{ g} \cdot 1 \text{ cal/g°C} (22 - 19) \text{°C} = 60 \text{ g } c (100 - 22) \text{°C}$

De donde: $c = \dfrac{178 \cdot 3 \text{ cal}}{60 \text{ g} \cdot 78° \text{C}} = 0{,}114 \text{ cal/g°C}$

P-6.22. *Una pieza de plata de 90 g se calienta a la temperatura de un horno y, rápidamente, se introduce en un calorímetro de cobre que contiene 160 g de agua a 22° C. Si la temperatura final, en el equilibrio, es de 36° C, deducir la temperatura del horno.*
Masa del cobre del calorímetro, 100 g.
Calor específico del cobre, 0,09 cal/g°C; idem de la plata, $c = 0{,}06$ cal/g°C.

Solución La temperatura de la plata es la que tenía el horno. El calor perdido por la plata para enfriarse desde la temperatura t °C hasta la del equilibrio térmico, 36 °C, lo reciben el agua y el calorímetro, que estaban a 22° C.

$$\left.\begin{aligned} Q_{Ag} &= 90 \text{ g} \cdot 0{,}06 \text{ cal/g°C} (t - 36) \text{°C} \\ Q_{agua} &= 160 \text{ g} \cdot 1 \text{ cal/g°C} (36 - 22) \text{°C} \\ Q_{Cu} &= 100 \text{ g} \cdot 0{,}09 \text{ cal/g°C} (36 - 22) \text{°C} \end{aligned}\right\} Q_{Ag} = Q_{agua} + Q_{Cu}$$

$$90 \cdot 0{,}06 \cdot (t - 36) = 160 \cdot 14 + 100 \cdot 0{,}99 \cdot 14$$

$$t = \frac{160 \cdot 14 + 100 \cdot 0{,}09 \cdot 14 + 90 \cdot 0{,}06 \cdot 36}{90 \cdot 0{,}06}$$

$t = 474{,}15° \text{C}$

P-6.23. *Hallar la cantidad de vapor a 100° C que deba añadirse a 62 g de hielo a −10° C para que la temperatura final en el equilibrio térmico sea de 60° C.*
Calor específico del hielo, $c = 0{,}5$ cal/g° C.
Calor de fusión del hielo, $c_f = 80$ cal/g.
Calor de condensación del vapor, $c_v = 539$ cal/g.

Solución El vapor, al enfriarse, primero se licúa, pues está ya a 100° C, perdiendo el calor de licuación:

$$Q_v = m \cdot 539 \text{ cal/g}$$

y luego se enfría el agua desde 100° C hasta 60° C

$$Q_1 = m \cdot 1 \text{ cal/g°C} (100 - 60) \text{ °C}$$

Por otra parte, los 62 gramos de hielo, primero elevan su temperatura desde — 10° C a 0° C.

$$q_1 = 62 \text{ g} \cdot 0{,}5 \text{ cal/g°C} (0 - 10) \text{ °C}$$

Luego funde a 0° C: $q_f = 62 \text{ g} \cdot 80 \text{ cal/g}$

y finalmente el agua del hielo se calienta desde 0° C a 60° C

$$q_2 = 62 \text{ g} \cdot 1 \text{ cal/g°C} (60 - 0) \text{ °C}$$

Igualando el calor cedido por el vapor con el ganado por el hielo tenemos:

$$Q_v + Q_1 = q_1 + q_f + q_2$$

$$m \cdot 539 + m \cdot 40 = 62 \cdot 0{,}5 \cdot 10 + 62 \cdot 80 + 62 \cdot 60$$

$$m = \frac{310 + 4\,960 + 3\,720}{579} = 15{,}53 \text{ g}$$

ESTATICA DE FLUIDOS

7

C-7.1. *¿Por qué las palas excavadoras suelen ir provistas de cremalleras de sustentación? Razona la respuesta.*

Solución Porque el peso de la excavadora se reparte por toda la superficie de la cadena, y de ese modo la presión es menor y se atasca menos, quedando más libre para sus movimientos.

C-7.2. *Transformar la presión 1 kp/cm² en N/m².*

Solución $$p = 1\ \mathrm{kp/cm^2} = \frac{1\ \mathrm{kp} \cdot 9{,}8\ \mathrm{N/kp}}{1\ \mathrm{cm^2} \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m^2/cm^2}} = 98\,000\ \mathrm{N/m^2}$$

C-7.3. *Si la densidad del agua es 1 g/cm³, hallar su valor en el S.I.*

Solución $$\rho = 1\ \mathrm{g/cm^3} = \frac{1\ \mathrm{g} \cdot 10^{-3}\ \mathrm{kg/g}}{1\ \mathrm{cm^3} \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m^3/cm^3}} = 1\,000\ \mathrm{kg/m^3}$$

C-7.4. *El peso específico del aire es 1,293 g_p/litro. Hallar su valor en S.I.*

Solución $$\bar{\omega} = 1{,}293/\mathrm{lit} = \frac{1{,}293\ \mathrm{g} \cdot 10^{-3}\ \mathrm{kp/g} \cdot 9{,}8\ \mathrm{N/kp}}{1\ \mathrm{lit} \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m^3/lit}} = 12{,}67\ \mathrm{N/m^3}$$

C-7.5. *¿Es lo mismo peso específico que densidad?*

Solución No; el peso específico es el peso de la unidad de volumen; y la densidad es la masa, de la unidad de volumen. Como peso y masa son magnitudes totalmente distintas, lo mismo ocurre con $\bar{\omega}$ y ρ.

$$[\bar{\omega}] = \frac{MLT^{-2}}{L^3} = ML^{-2}T^{-2}$$

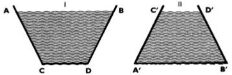
$$[\rho] = \frac{M}{L^3} = ML^{-3}$$

Sus ecuaciones de dimensión son, en efecto, totalmente diferentes.

C-7.6. *En un recipiente cilíndrico lleno de agua, la presión es normal a todas las superficies del recipiente, ¿cómo podrías demostrarlo?*

Solución Perforando el fondo y las paredes, el chorro inicial sale normal a la pared.

C-7.7. *En recipientes troncocónicos, como los de la figura adjunta, el agua alcanza la misma altura en los dos, y la superficie de la base en el I es igual a la superficie libre en el II. ¿Cómo hallarías la presión en el fondo? ¿En cuál es mayor esa presión?*



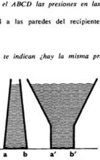
Solución La presión en el fondo sólo depende de la altura, para un líquido dado. Como aquí es la altura igual en los dos recipientes, la presión en el fondo vale en ambos:

$$p = \rho g h$$

C-7.8. *Dibuja en un recipiente como el ABCD las presiones en las caras laterales.*

Solución La presión es siempre normal a las paredes del recipiente que contiene el líquido, en todos sus puntos.

C-7.9. *En los dos recipientes que se te indican ¿hay la misma presión en el fondo? Razónalo. ($ab = a'b'$).*



Solución Sí, porque en ambos hay la misma altura a la superficie libre. En ambos la presión vale: $p = \rho g h$

C-7.10. *¿Se podría realizar el experimento de Torricelli con agua? ¿Por qué eligió Torricelli el mercurio?*

Solución Sí, pero la columna de agua tendría 13,6 veces más altura que la de mercurio, por eso tomó el mercurio para hacer sus experiencias de medidas de presión.

C-7.11. *Un tonel de madera lleva en una base un tubo de goma largo. Se echa agua hasta rebosar, fácilmente el tonel revienta. ¿Por qué?*

Solución Porque la presión depende de la distancia que hay del nivel libre del líquido al punto que se considere dentro del mismo. Si la altura del líquido es grande, la presión en su interior es considerable, aunque no sea mucha la cantidad de agua que contenga y el tonel termina por explotar.

C-7.12. *Los submarinistas, aun con escafandra, no deben descender más de unos 30 m, ¿por qué?*

Solución Porque la presión correspondiente a 30 m de profundidad, $p = p_a + \rho gh$ es notablemente superior a la presión atmosférica, p_a, y como consecuencia, el submarinista no contrarresta la presión exterior a esa profundidad y muere aplastado.

C-7.13. *Un globo muy hinchado, a cierta altura, aumenta su volumen y explota. ¿Por qué?*

Solución Porque la presión atmosférica disminuye con la altura, y entonces la presión interior del gas dilata la envoltura del globo hasta que al llegar al "techo" o altura máxima del globo, estalla y se rompe. Esta altura máxima depende de la elasticidad y resistencia del globo.

C-7.14. *Rellenar el cuadro adjunto indicando el número y la unidad de la magnitud.*

Solución

Fuerza	*Superficie*	*Presión*
20 kp	20 cm²	——
——	30 cm²	*10 Pa*
10 N	——	*1 kp/cm²*
5 kp	*25 cm²*	——
——	*1,5 m²*	*50 Pa*

Fuerza	*Superficie*	*Presión*
20 kp	20 cm²	*1 kp/cm²*
0,03 N	30 cm²	10 Pa
10 N	*1,02 cm²*	1 kp/cm²
5 kp	25 cm²	*0,2 kp/cm²*
75 N	1,5 m²	50 Pa

C-7.15. *Se mide la presión de un gas encerrado en un recipiente, con un manómetro de agua; la diferencia entre los niveles del agua era de 13,6 cm. Hecha la medida con un manómetro de mercurio, la altura se redujo a 1,0 cm. Calcular el peso de 1 cm³ de mercurio, si el de agua es de 1 gramo-peso.*

Solución La presión que ejerce la columna de agua de 13,6 cm de altura es la misma que la columna de mercurio de 1 cm de alta. Por tanto:

$$\overline{\omega}_1 h_1 = \overline{\omega}_2 h_2; \; \overline{\omega}_2 = \overline{\omega}_1 \cdot \frac{h_1}{h_2} = 1 \text{ g-p/cm}^3 \cdot \frac{13{,}6 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 13{,}6 \text{ g-p/cm}^3$$

es el peso específico del mercurio.

4

C-7.16. *Responder si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:*

a) *El aire se puede comprimir, el agua no.*
b) *La presión de los líquidos es tangencial a la superficie.*
c) *La presión en el agua y en el aire actúa lo mismo en todas direcciones.*
d) *Todos los puntos interiores de un flúido en equilibrio, en el mismo plano horizontal, poseen la misma presión.*
e) *A mayor profundidad, mayor presión.*

Solución *a)* Verdadero.

b) Falso.

c) Falso.

d) Verdadero.

e) Verdadero.

C-7.17. *Contestar razonadamente cómo varía la presión, a medida que nos hundimos en el mar o subimos a la atmósfera.*

Solución La presión en el fondo de un líquido depende de la profundidad $p = \rho gh = \omega h$, ya que su densidad (o el peso específico) se mantiene constante porque son prácticamente incompresibles. Luego aumenta con la profundidad. Mientras que la presión atmosférica disminuye al subir, porque la densidad del aire es cada vez menor y la capa de aire que hay encima es, a medida que se sube, menor también.

C-7.18. *Sabemos que la presión atmosférica es igual a la presión de 76 cm de mercurio. Sabiendo que el mercurio es 13,6 veces más denso que el agua, calcular la altura que tendría la columna de agua que equilibre a la atmósfera.*

Solución
$$\left.\begin{array}{l} p_a = \rho\, gh;\ p_a = 13{,}6\ g/cm^3\ 980\ cm/s^2 \cdot 76\ cm \\ p_a = 1\ g/cm^3 \cdot 980\ cm/s^2 \cdot h \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$h = 13{,}6 \cdot 76\ cm = 1\,033{,}6\ cm$ de altura tiene la columna de agua que equilibra a la atmósfera normal.

C-7.19. *Siempre que bebemos algún "refresco" utilizando una "paja", actúa la presión atmosférica; ¿cómo?*

Solución Cuando se hace la succión con la paja disminuye la presión atmosférica en el extremo de la paja, fuera del líquido, y entonces la atmósfera empuja al líquido a subir para equilibrar la presión.

C-7.20. *Llenamos un vaso con agua y lo cerramos con una cartulina que ajuste bien. Si volcamos el vaso con cuidado, no se cae el agua. ¿Por qué?*

Solución Porque la fuerza que ejerce la atmósfera sobre la cartulina es superior al peso del agua contenida en el vaso.

C-7.21. *Para trasvasar líquidos en el laboratorio se usa bastante la pipeta. Tapamos con el dedo el extremo superior y el líquido no cae. ¿Por qué?*

Solución Porque al estar tapada la pipeta por la parte de arriba, la presión atmosférica sólo actúa por la parte inferior y la fuerza que ejerce supera con mucho al peso del agua o del líquido que tiene la pipeta.

PROBLEMAS DE APLICACION

P-7.1. *En un vaso cilíndrico de 200 cm² de superficie en la base, se vierten 2 litros de mercurio ($\overline{\omega} = 13{,}6$ gp/cm³) y 4 litros de agua ($\overline{\omega}_1 = $ gp/cm³). Calcular el aumento de presión cuando pasamos de la superficie libre al fondo del vaso.*

Solución Calculemos la altura que alcanzan la capa de mercurio y de agua en la vasija:

a) Mercurio: $V = S \cdot h_1 \rightarrow 2\,000 \text{ cm}^3 = 200 \text{ cm}^2 \cdot h_1$

$$h_1 = \frac{2\,000}{200} = 10 \text{ cm}, \text{ altura de la capa de Hg}$$

b) Agua: $4\,000 \text{ cm}^3 = 200 \text{ cm}^2 \cdot h_2 \rightarrow h_2 = \dfrac{4\,000}{200} = 20 \text{ cm}$, altura de la capa de agua.

La presión en el fondo del vaso es igual a la presión atmosférica, más la presión correspondiente a las capas de mercurio y de agua. El aumento de presión es debido a las capas de líquido, y vale (para el mercurio, p_1):

$p_1 = \overline{\omega}_1 h_1 = 13{,}6 \text{ gp/cm}^3 \cdot 10 \text{ cm} = 136 \text{ gp/cm}^2$, es decir:

$p_1 = 0{,}136 \text{ kp/cm}^2$;

y para el agua (p_2):

$p_2 = \overline{\omega}_2 h_2 = 1 \text{ gp/cm}^3 \cdot 20 = 20 \text{ gp/cm}^2$

Es decir: $p_2 = 0{,}020 \text{ kp/cm}^2$

En total: $p = p_1 + p_2 = 0{,}156 \text{ kp/cm}^2$

P-7.2. *Una cápsula manométrica formada por una caja cilíndrica de 4 cm de diámetro se sumerge a 25 cm de profundidad dentro del agua. Calcular:*

a) *La presión que existe en el centro de la cápsula a esa profundidad.*
b) *La fuerza que recibe la membrana.*
c) *El valor de esta fuerza, si el agua fuera salada, de peso 1 020 gp/litro. Se supone que la presión es la misma en toda la membrana.*

Solución *a)* $p = \overline{\omega}\, h;\quad p = 1 \text{ gp/cm}^3 \cdot 25 \text{ cm} = 25 \text{ gp/cm}^2 = 2{,}5 \cdot 10^{-2} \text{ kp/cm}^2$

b) $F = p \cdot S = 2{,}5 \cdot 10^{-2} \text{ kp/cm}^2 \cdot \pi\, 4 \text{ cm}^2 = 0{,}314 \text{ kp} = 3{,}08 \text{ N}$

c) $F' = \overline{\omega}'\, h \cdot S;\quad F' = 1{,}020 \text{ gp/cm}^3 \cdot 25 \text{ cm} \cdot \pi\, 4 \text{ cm}^2 = 0{,}320 \text{ kp} = 3{,}136 \text{ N}$

P-7.3. *Un vaso cilíndrico contiene 1 litro de agua. La base, plana y horizontal, mide 50 cm² de superficie. Calcular:*

a) *La diferencia de presión entre el fondo y un punto de la superficie libre del líquido. Dar el resultado en pascales y en gp/cm².*
b) *La presión en un punto del fondo del vaso, si la presión atmosférica vale $1{,}013 \cdot 10^5$ Pa.*

Solución En la superficie libre, la presión que existe es la presión atmosférica: p_a.

En el fondo del vaso, la presión total vale:

$$p = p_a + \overline{\omega}\, h;\quad h = \frac{1\,000 \text{ cm}^3}{50 \text{ cm}^2} = 20 \text{ cm}$$

$p_a = 1{,}013 \cdot 10^5\ \text{Pa}$; y la diferencia de presión es:

$$\overline{\omega}\,h = 1\ \text{gp/cm}^3 \cdot 20\ \text{cm} = 20\ \text{gp/cm}^2 = \frac{20 \cdot 10^{-3}\ \text{kp} \cdot 9{,}8\ \text{N/kp}}{10^{-4}\ \text{m}^2} = 1\,960\ \text{N/m}^2 = 1\,960\ \text{Pa}$$

a) $\Delta p = \overline{\omega}\,h = 1\,960\ \text{Pa} = 20\ \text{gp/cm}^2$

b) $p = 1{,}013 \cdot 10^5\ \text{Pa} + 1\,960\ \text{Pa} = 1{,}0326 \cdot 10^5\ \text{Pa}$

P-7.4. *Dos vasos comunicantes contienen sulfuro de carbono (densidad 1,27). En una de las ramas se echa agua que se eleva 28 cm sobre la superficie de separación de los líquidos. Calcular la altura que alcanza el sulfuro de carbono respecto de la misma superficie de separación.*

Solución ρ_1 = densidad del sulfuro de carbono.

h_1 = altura de la columna de sulfuro de carbono.

ρ_2 = densidad del agua.

h_2 = altura del agua a contar de la superficie de separación.

Como la presión en el plano que separa los dos líquidos es igual en las dos ramas del tubo en U, podemos escribir:

$$\rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2 \rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 \rightarrow h_1 = h_2 \frac{\rho_2}{\rho_1} = 28\ \text{cm}\,\frac{1\ \text{g/cm}^3}{1{,}27\ \text{g/cm}^3} = 22\ \text{cm}$$

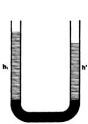
es la altura de la rama del sulfuro de carbono.

P-7.5. *Se echa mercurio en un tubo en U y, en una de las ramas, se vierte otro líquido no miscible hasta las altura de 20 cm. En la otra rama se vierte agua hasta alcanzar la altura de 16 cm. En este momento las superficies del mercurio en las dos ramas están en el mismo plano horizontal. Calcular el peso específico del primer líquido.*

Solución Como la presión en la superficie de separación del mercurio con el agua y el líquido son iguales por estar en el mismo plano horizontal, igualamos:

$$\left.\begin{array}{ll}\text{presión del líquido:} & \overline{\omega}_1 h_1 \\ \text{presión del agua:} & \overline{\omega}' h'\end{array}\right\} \overline{\omega}_1 h_1 = \overline{\omega}' h' \rightarrow \overline{\omega}_1 = \overline{\omega}' \cdot \frac{h'}{h_1}$$

$$\overline{\omega}_1 = 1\ \text{gp/cm}^3 \cdot \frac{16\ \text{cm}}{20\ \text{cm}} = 0{,}8\ \text{gp/cm}^3$$



P-7.6. *Dos vasos cilíndricos comunicantes tienen secciones diferentes, $S_2 = 10\ S_1$; en la rama estrecha se vierte mercurio hasta que llegue al punto A, distante 28 cm de la extremidad del tubo; después, se llena completamente el tubo estrecho con un líquido de densidad 0,96. Calcular la depresión del mercurio respecto del punto A. Densidad del mercurio, 13,6 g/cm³.*

Solución La presión en el plano B B' es igual en las dos ramas (prescindimos de la presión atmosférica porque actúa por igual en las dos ramas).

$$\rho_2\, g h_1 = \rho_1\, g\ (28 + h) \rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{28 + h}{h_1}\ (1)$$

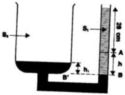
Por otra parte, al ser el mercurio incompresible, el volumen desalojado por el líquido en la rama derecha es igual al volumen ascendido en la de la izquierda por encima del plano B B'.

$$S_1\, h = S_2\, h_1;\ \ S_1\, h = 10\, S_1\, h_1 \rightarrow\ h = 10\, h_1\ (2)$$

Valor que llevamos a la (1) y tenemos:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{28 + h}{h/10} \rightarrow h = \frac{280\, \rho_1}{\rho_2 - 10\, \rho_1}$$

ρ_2 = densidad del mercurio.
ρ_1 = densidad del líquido.
h = depresión del mercurio en el tubo estrecho.



$$h = \frac{280\ \text{cm} \cdot 0{,}96\ \text{g/cm}^3}{13{,}6\ \text{g/cm}^3 - 10 \cdot 0{,}96\ \text{g/cm}^3} = 67{,}20\ \text{cm}$$

es lo que ha descendido el Hg en la rama estrecha por debajo del punto A.

P-7.7. *La superficie del pistón pequeño de una prensa hidráulica mide 3 cm² y la del mayor 1,5 dm². Calcular la fuerza que recibirá el émbolo mayor cuando se aplica una fuerza de 5 kp en el pequeño.*

Solución La presión que actúa en el émbolo pequeño se transmite íntegra al émbolo grande:

$$p = \frac{f}{s};\quad p = \frac{F}{S} \rightarrow F = p \cdot S;\quad F = \frac{5\ \text{kp}}{3\ \text{cm}^2} \cdot 1{,}5 \cdot 10^2 = 250\ \text{kp}$$

P-7.8. *En una prensa hidráulica cuyos pistones tienen $s = 8$ cm² y $S = 800$ cm² de superficie se colocan 5 kp sobre el émbolo pequeño. Calcular:*

a) *El peso que habrá que colocar en el émbolo grande para que ambos pistones se encuentren en la misma horizontal.*

b) *El peso que habrá que colocar en el pistón pequeño para que éste descienda 0,60 cm.*

Solución *a)* Igualamos las presiones en los dos émbolos:

$$p = \frac{P}{s} = \frac{P}{S}; \quad \frac{5\ \text{kp}}{8\ \text{cm}^2} = \frac{P}{800\ \text{cm}^2}; \quad P = 5\ \text{kp} \cdot \frac{800}{8} = 500\ \text{kp}$$

b) El volumen desalojado por el peso P en el émbolo pequeño es igual al volumen de agua ascendido en el émbolo grande:

$$8\ \text{cm}^2 \cdot 0{,}60\ \text{cm} = 800\ \text{cm}^2 \cdot h \Rightarrow h = 0{,}006\ \text{cm}$$

En el equilibrio, el peso P añadido al émbolo pequeño es igual al peso del volumen de agua ascendido en el émbolo grande:

$$P = 800\ \text{cm}^2 \cdot 0{,}006\ \text{cm} \cdot 1\ \text{gp/cm}^3 = 4{,}8\ \text{g-peso}$$

P-7.9. *Los diámetros de los cuerpos de bomba de una prensa hidráulica son de 3 y 42 cm, respectivamente. Mediante una palanca, un obrero impulsa el émbolo pequeño con fuerza de 200 kp. Calcular:*

a) *La fuerza de presión que recibe el émbolo grande.*
b) *La altura a que sube este pistón después de 10 emboladas del pequeño, si en cada embolada éste desciende 20 cm.*

Solución *a)* Igualamos la presión en ambos émbolos:

$$p = \frac{f}{s} = \frac{F}{S}; \quad F = \frac{f}{s} \cdot S$$

$$F = \frac{200\ \text{kp}}{\pi \cdot (3/2)^2\ \text{cm}^2} \cdot \left(\frac{42}{2}\right)^2 \text{cm}^2 = 39\,200\ \text{kp}$$

b) El volumen de agua desalojado del émbolo pequeño es igual al volumen recibido en el émbolo grande, porque el agua no se comprime:

$$\pi \cdot (3/2)^2\ \text{cm}^2 \cdot 10 \cdot 20\ \text{cm} = \pi \cdot \left(\frac{42}{2}\right)^2 \text{cm}^2 \cdot h \Rightarrow h = \frac{9 \cdot 200\ \text{cm}}{42^2} = 1{,}02\ \text{cm}$$

P-7.10. *Un vaso paralelepípedo cuya base mide $0{,}6 \cdot 0{,}2\ m^2$ está situado en un plano horizontal. Contiene líquido de peso específico $\overline{\omega} = 1{,}26\ gp/cm^3$, hasta la altura de 40 cm del fondo. Calcular:*

a) *El peso del líquido y su empuje sobre el fondo (en kp).*
b) *La presión que existe en el centro del volumen del líquido (en kp/cm^2).*

Solución *a)* $\text{peso} = m \cdot g = V \cdot \rho \cdot g = V \cdot \overline{\omega}$

$$\overline{\omega} = 1{,}26\ \text{gp/cm}^3 = \frac{1{,}26\ \text{kp} \cdot 10^{-3}}{10^{-6}\ \text{m}^3} = 1\,260\ \text{kp/m}^3$$

$$P\ (\text{peso}) = 0{,}6 \cdot 0{,}2\ \text{m}^2 \cdot 0{,}40 \cdot 1\,260\ \text{kp/m}^3 = 60{,}48\ \text{kp}$$

Esta fuerza ejerce una presión sobre el fondo.

$$p = \frac{P}{S} = \frac{60{,}48\ \text{kp}}{0{,}6 \cdot 0{,}2\ \text{m}^2} = 504\ \text{kp/m}^2$$

b) La presión pedida es la que corresponde a los puntos que distan 20 cm de la superficie libre, y vale:

$p' = \overline{\omega}\, h;$

$\overline{\omega} = 1,26\ \text{gp/cm}^3 = 1,26 \cdot 10^{-3}\ \text{kp/cm}^3$

$p' = 1,26 \cdot 10^{-3}\ \text{kp/cm}^3 \cdot 20\ \text{cm} = \mathit{0,025\ kp/cm^2}$

P-7.11. *Calcular el peso aparente de un kilogramo de corcho de densidad $\rho = 0,24\ g/cm^3$ cuando se pesa en el aire, de peso específico $\overline{\omega} = 0,001293\ gp/cm^3$.*

Solución El peso aparente de un cuerpo es el peso real menos el empuje del flúido en que está sumergido.

$p_{ap} = p_{real}$ — empuje del aire

$p_{ap} = 1\ \text{kp} - \overline{\omega}\, V$

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{1\ \text{kg}}{0,24 \cdot 10^{-3}\ \text{kg/cm}^3} = 4\,166,67\ \text{cm}^3$$

$p_{ap} = 1\ \text{kp} - 1,293 \cdot 10^{-6}\ \text{kp/cm}^3 \cdot 4\,166.67\ \text{cm}^3 = 0,9946\ \text{kp}$

P-7.12. *Un globo pequeño, cuya envoltura pesa 5 gp, tiene de volumen $V = 7$ litros. Calcular la fuerza ascensional:*

a) *cuando se llena de hidrógeno,*
b) *cuando se llena de gas del alumbrado.*

Peso de un litro de aire, $p = 1,293$ g-p
Peso de un litro de hidrógeno, $p' = p \cdot 0,0069$
Peso de un litro de gas, $p'' = p \cdot 0,63$

Solución La fuerza ascensional es igual a la diferencia entre el empuje menos el peso del cuerpo

$f = E - P$ (1)

a) Empuje del aire $= E = \overline{\omega}\, V = 1,293$ g-p/lit $\cdot$ 7 lit $= 9,05$ gp.

Peso del globo lleno de hidrógeno:

$P = 5\ \text{gp} + 7\ \text{lit} \cdot 1,293\ \text{gp/lit} \cdot 0,0069 = 5,06\ \text{gp}.$

Fuerza ascensional:

$f = (9,05 - 5,06)\ \text{gp} = 3,99\ \text{gp} = 3,99\ \text{gp} \cdot 980\ \text{di/gp} \cdot 10^{-5}\ \text{N/dina} = \mathit{0,04\ N}$

b) Globo lleno de gas del alumbrado:

$P' = 5\ \text{gp} + 7\ \text{lit} \cdot 1,293\ \text{gp/lit} \cdot 0,63 = 10,70\ \text{gp}$

$f' = (9,05 - 10,70)\ \text{gp} = -1,65\ \text{gp}$

Al ser el empuje menor que el peso del globo no sube si se llena de gas del alumbrado.

P-7.13. *Se cuelgan de los platillos de una balanza de brazos iguales dos esferas de diámetro 2 y 10 cm, respectivamente, que se equilibran en el aire.*

a) *Puesta la balanza dentro de una campana en la máquina neumática se hace el vacío y la balanza se desequilibra, ¿por qué?*

Calcular la diferencia de los pesos reales de las dos esferas.

b) *Se sumergen las dos esferas en una atmósfera de dióxido de carbono; calcular la sobrecarga que habrá que poner en uno u otro platillo para alcanzar el equilibrio.*

Peso específico del aire, $\overline{\omega} = 0{,}001293$ *gp/cm*^{3}.

Peso específico del CO_2, $\overline{\omega}' = 1{,}96$ *gp/cm*^{3}.

Solución *a)* Se desequilibra porque desaparece el empuje del aire que actúa fuera de la campana con más intensidad sobre la esfera grande que sobre la pequeña.

Los pesos aparentes, en el aire, son iguales. Sea p el peso aparente de las esferas.

El peso real = peso aparente + empuje del aire.

$P_1 = p + \overline{\omega}\, V_1$ $\quad$ P_1 = peso real de la esfera pequeña

$P_2 = p + \overline{\omega}\, V_2$ $\quad$ P_2 = peso real de la grande

$\overline{\omega} = 1{,}293 \cdot 10^{-3}$ gp/cm^3

$$P_1 = p + 1{,}293 \cdot 10^{-3}\ \text{gp/cm}^3 \cdot \frac{4}{3}\pi\ (1)^3\ \text{cm}^3 = p + 0{,}005\ \text{gp}$$

$$P_2 = p + 1{,}293 \cdot 10^{-3}\ \text{gp/cm}^3 \cdot \frac{4}{3}\pi\ (5)^3\ \text{cm}^3 = p + 0.677\ \text{gp}$$

b) Puestas las esferas en atmósfera de CO_2 la balanza se desequilibra porque el empuje que actúa sobre la mayor no se compensa con el empuje que actúa sobre la pequeña.

Por lo que se han de añadir p' pesas en el platillo de la esfera mayor hasta alcanzar el equilibrio. En este momento se cumple:

Σ F en 1.^{er} platillo = Σ F en el 2.^{o} platillo
(esfera pequeña) (esfera grande)

P_1 (peso real) — E_1 (empuje) = P_2 (peso real) — E_2 (empuje) + p'

De donde: $p' = E_2 - (P_2 - P_1) - E_1$ (1).

$P_2 - P_1 = 0{,}672$ gp

$$E_2 = \overline{\omega}'\, V_2 = 1{,}96\ \text{gp/cm}^3 \cdot \frac{4}{3}\pi\ (5)^3\ \text{cm}^3 = 1\,026{,}25\ \text{gp}$$

$$E_1 = \overline{\omega}'\, V_1 = 1{,}96\ \text{gp/cm}^3 \cdot \frac{4}{3}\pi\ (1)^3\ \text{cm}^3 = 8{,}21\ \text{gp}$$

Sustituyendo en (1) resulta:

$p' = 1\,026{,}25$ gp $- 0{,}672$ gp $- 8{,}21$ gp $= 1\,017{,}37$ gp

$p' = 1\,017{,}37$ gp

P-7.14. *Un trozo de cera, pesado en el aire, se equilibra con pesas de latón de $p = 3\,355$ gp. Calcular su peso en el vacío.*

Densidad de la cera, $\rho = 0{,}96$ g/cm³; del latón, $\rho' = 8{,}4$ g/cm³.

Peso específico del aire, $\overline{\omega} = 0{,}001293$ gp/cm³.

Solución Sea p_1 el peso real, o en el vacío, de la cera $= m_1\ g$.

E_1 el empuje de la cera en el aire $= \dfrac{m_1}{\rho}\ \overline{\omega}$.

E_2 el empuje de las pesas p_2 de latón en el aire $= \dfrac{m_2}{\rho'}\ \overline{\omega}$.

La pesada en el aire cumple el equilibrio:

$p_1 - E_1 = p_2 - E_2$

Donde, $p_1 = m_1\ g \quad ; \quad p_2 = m_2\ g$

Es decir:

$$m_1\ g - \frac{m_1}{\rho}\ \overline{\omega} = m_2\ g - \frac{m_2}{\rho'}\ \overline{\omega}$$

De donde despejamos la masa de la cera:

$$m_1 = \frac{m_2\left(g - \dfrac{\overline{\omega}}{\overline{\rho}}\right)}{g - \dfrac{\overline{\omega}}{\rho}} = \frac{3\,355\ g\ \left(980 - \dfrac{1{,}293 \cdot 10^{-3}}{8{,}4}\right)}{980 - \dfrac{1{,}293 \cdot 10^{-3}}{0{,}96}} = 3\,355{,}004\ \text{g}$$

Luego la cera en el vacío pesa: 3 355,004 g, o bien:

$p_1 = 3\,355{,}004\ \text{g} \cdot 980\ \text{cm/s}^2 = 3\,287\,903{,}42\ \text{dinas} = 32{,}88\ \text{N}$

P-7.15. *La altura barométrica mide 76 cm de mercurio (densidad del mercurio, 13,6 g/cm³). Calcular la fuerza que soporta el cuerpo de un hombre de superficie 1,5 m².*

Solución $p_a = \dfrac{F}{S} \rightarrow F = p_a \cdot S$

$p_a = 0{,}76\ \text{m} \cdot 13\,600\ \text{N/m}^3 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 101\,300\ \text{N/m}^2$

$F = 101\,300\ \text{N/m}^2 \cdot 1{,}5\ \text{m}^2 = 151\,950\ \text{N}$

P-7.16. *Calcular en kp/cm², en milibares y en pascales la presión atmosférica que mide 70 cm de mercurio.*

Solución $p_a = 70$ cm de Hg ; $\overline{\omega} = 13{,}6$ gp/cm³

a) $p_a = 70\ \text{cm} \cdot 13{,}6 \cdot 10^{-3}\ \text{kp/cm}^3 = 0{,}952\ \text{kp/cm}^2$

b) $p_a = \dfrac{0{,}952\ \text{kp} \cdot 9{,}8\ \text{N/kp}}{10^{-4}\ \text{m}^2} = 9{,}33\ P_a$

c) $p'_a = 9{,}33\ P_a \cdot 100\ \text{mbar}/P_a = 933$ milibares.

P-7.17. *Calcular la altura entre dos puntos, si el barómetro indica como diferencia de presión la de 15 kp/cm². Peso específico del aire, 1,26 gp/cm³.*

Solución $p_a - p'_a = (h - h')\,\omega$; p_a = presión en el suelo

p'_a = presión a la altura $(h - h')$

h = altura barométrica en el suelo

h' = altura barométrica a la altura h_1 del suelo

$$h_1 = (h - h') = \text{altura del suelo} = \frac{p_a - p'_a}{\overline{\omega}}$$

$$h_1 = \frac{15 \text{ kp/cm}^2}{1{,}26 \text{ kp} \cdot 10^{-3}/\text{cm}^3} = 119{,}05 \text{ m}$$

P-7.18. *Una esfera de cobre pesa 500 gp en el aire y 430 gp en el agua. ¿Está hueca la esfera? En caso afirmativo, calcular el volumen de su cavidad. Densidad del cobre, 8 800 kp/m³.*

Solución Prescindimos del empuje del aire.

Empuje del agua = (500 — 430) gp = 70 gp.

Como $\overline{\omega}_{H_2O} = 1$ gp/cm³, el volumen del agua desalojada por la esfera de cobre y, por tanto, el volumen de la esfera es:

$$V = \frac{70 \text{ gp}}{1 \text{ gp/cm}^3} = 70 \text{ cm}^3$$

El volumen del cobre de la esfera es:

$$V' = \frac{m}{\rho} = \frac{0{,}500 \text{ kg}}{8{,}800 \cdot 10^{-6} \text{ kg/cm}^3} = 56{,}82 \text{ cm}^3$$

El volumen de la esfera es mayor que el volumen del cobre que contiene, luego está hueca.

Volumen de la cavidad = 70 cm³ — 56,82 cm³ = 13,18 cm³

P-7.19. *Un fragmento de un sólido se pesa en el aire, en el agua y en un líquido, L, y se obtiene 51,974 gp, 32 gp y 26,8 gp. Calcular la densidad del sólido y del líquido L, sabiendo que la densidad del aire es 1,293 kg/m³ y la del agua 1 000 kg/m³.*

Solución Peso real del sólido = peso aparente + empuje.

En el aire: $P = 51{,}974 + E_1$; $E_1 = V \cdot \overline{\omega}$

En el agua: $P = 32 + E_2$; $E_2 = V \cdot \overline{\omega}'$

De donde: $51{,}947 + E_1 = 32 + E_2$

$51{,}974 - 32 = V\,(\overline{\omega}' - \overline{\omega}) \rightarrow V$ = volumen del sólido y del flúido desalojado.

$$V = \frac{19{,}974 \text{ g}}{(1 - 1{,}293 \cdot 10^{-3}) \text{ g/cm}^3} = 20 \text{ cm}^3$$

Luego: peso real, $P = 32 + E_2 = 32 \text{ gp} + 20 \text{ cm}^3 \cdot 1 \text{ gp/cm}^3 = 52 \text{ gp}$

a) Densidad del sólido:

$$\rho = \frac{52 \text{ g}}{20 \text{ cm}^3} = 2{,}6 \text{ g/cm}^3 = 2\,600 \text{ kg/m}^3$$

b) Empuje en el líquido L:

$$E_L = 52 \text{ gp} - 26{,}8 \text{ gp} = 25{,}2 \text{ gp}$$

Densidad del líquido L:

$$\rho' = \frac{m}{V} = \frac{25{,}2 \text{ g}}{20 \text{ cm}^3} = 1{,}26 \text{ g/cm}^3$$

P-7.20. *Una esfera metálica hueca de 5 cm de diámetro flota en el agua aunque sumergiéndose hasta el plano diametral. Calcular su peso. Si se la hace flotar en alcohol de densidad 800 kg/m³, calcular el volumen sumergido de la esfera.*

Solución *a)* En el equilibrio, el empuje del agua = peso de la esfera:

$$\frac{V}{2}\,\overline{\omega} = P$$

$$P = \frac{4}{3} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^3 \text{ cm}^3 \cdot 1 \text{ gp/cm}^3 = 32{,}725 \text{ gp}$$

b) Al sumergirla en alcohol el empuje de éste debe ser igual al peso de la esfera:

$P = V \cdot \rho\, g$; V = volumen de la esfera sumergido en el alcohol.

$$V = \frac{P}{\rho\, g} = \frac{32{,}725 \cdot 10^{-3} \text{ kp} \cdot 9{,}8 \text{ N/kp}}{800 \text{ kg/m}^3 \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2} = 4{,}09 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$$

$$V = 0{,}409 \text{ cm}^3$$

P-7.21. *La esfera del problema anterior se la sumerge totalmente en agua mediante un lastre que se le pone dentro; ¿cuánto pesa el lastre? ¿El equilibrio es estable? ¿Por qué?*

Solución Según el problema anterior, el empuje del agua cuando se sumerge media esfera equilibra el peso de toda la esfera:

$$\frac{V}{2}\,\overline{\omega} = P$$

De aquí deducimos que el empuje del agua para un volumen doble, V, equilibra 2 P:

$$V \cdot \overline{\omega} = 2\ P$$

Por tanto, el lastre que se debe añadir para sumergir toda la esfera en el agua es un peso igual al de la esfera:

lastre = P = 32,725 g-peso

La esfera estará en equilibrio porque el centro de gravedad y el centro de empuje están en la vertical: el radio.

P-7.22. *Hallar la profundidad a que se halla sumergido un submarino si el manómetro señala como presión la de 4,20 kp/cm². Densidad del agua del mar, $\rho = 1\,020$ kp/m³. Presión atmosférica, 70 cm de mercurio.*

Solución Presión, $P = p$ atmosférica $+ \overline{\omega}\, h$ (1)

$P = 4{,}20\ \text{kp/cm}^2$

$p_a = 70\ \text{cm} \cdot 13{,}6\ \text{gp/cm}^3 = 952\ \text{gp/cm}^2 = 0{,}952\ \text{kp/cm}^2$

En (1) obtenemos:

$4{,}20\ \text{kp/cm}^2 = 0{,}952\ \text{kp/cm}^2 + 1{,}020 \cdot 10^{-3}\ \text{kp/cm}^3 \cdot h$

$$h = \frac{(4{,}20 - 0{,}952)\ \text{kp/cm}^2}{1{,}020 \cdot 10^{-3}\ \text{kp/cm}^3} = 3\,184{,}3\ \text{cm}$$

$h = 31{,}843$ m

P-7.23. *Una esfera de cobre pesa 176 gp y sumergida en agua pesa 126 gp. Calcular el volumen de la esfera y de su cavidad interior, si la densidad del cobre es de 8 800 kp/m³.*

Solución Empuje del agua: $E = (176 - 126)\ \text{gp} = 50\ \text{gp}$

$E = 50\ \text{gp} = V \cdot \overline{\omega} = V \cdot 1\ \text{gp/cm}^3 \Rightarrow V = 50\ \text{cm}^3$ es el volumen de la esfera.

Volumen del cobre de la esfera:

$$V' = \frac{176\ \text{g}}{8{,}8\ \text{g/cm}^3} = 20\ \text{cm}^3$$

Como $V > V'$, la esfera es hueca; su volumen interior mide:

$V'' = V - V' = (50 - 20)\ \text{cm}^3 = 30\ \text{cm}^3$

P-7.24. *Un cilindro de hierro de 20 cm de altura lleva superpuesto otro cilindro de platino del mismo diámetro, de modo que puesto el conjunto en mercurio, se sumerge totalmente en él el cilindro de hierro. Calcular la altura del cilindro de platino. Densidad del platino, $\rho_1 = 21\,000$ kg/m³; del hierro, $\rho_2 = 7\,709$ kg/m³; del mercurio, $\rho_3 = 13\,600$ kg/m³.*

Solución Sea S m² la superficie de la base de los cilindros de hierro y de platino.

En el equilibrio: el empuje del mercurio = peso del cilindro de Fe + peso del cilindro de Pt.

Empuje: $E = V\overline{\omega}_{Hg} = S'\ \text{m}^2 \cdot 0{,}20\ \text{m} \cdot 13\,600\ \text{kg/m}^3 \cdot g$

Cilindro de Fe $= S\ \text{m}^2 \cdot 0{,}20\ \text{m} \cdot 7\,700\ \text{kg/m}^3 \cdot g$

Cilindro de Pt $= S'\ \text{m}^2 \cdot h \cdot 21\,000\ \text{kg/m}^3 \cdot g$

Igualamos:

$S\ \text{m}^2 \cdot 0{,}20\ \text{m} \cdot 13\,600\ \text{kg/m}^3 \cdot g = S\ \text{m}^2 \cdot 0{,}20\ \text{m} \cdot 7\,700\ \text{kg/m}^3 \cdot g +$

$$+\ S\ \text{m}^2 \cdot h \cdot 21\,000\ \text{kg/m}^3 \cdot g \Rightarrow h = \frac{0{,}20 \cdot 13\,600 - 0{,}20 \cdot 7\,700}{21\,000}\ \text{m} = 5{,}62\ \text{cm}$$

P-125. *Una madera prismática de sección 1,5 cm² y altura $h = 32$ cm, se la sumerge en agua hasta la altura de 30 cm mediante una bola de plomo que se pone como laste en la cara inferior. Calcular el volumen de la bola de plomo. Densidad de la madera, $\rho = 2/3$ g/cm³; del plomo, $\rho_1 = 11$ g/cm³.*

Solución Empuje del agua = peso de la bola + peso del prisma.

$$\text{Empuje} = E = V_{est} \cdot \rho g + 1.50 \text{ cm}^2 \cdot 30 \text{ cm} \cdot \rho g = (V + 1.50 \cdot 30 \text{ cm}^3)\, \rho_{agua} \cdot g$$

$$\text{peso de la bola} = V \cdot \rho' g$$

$$\text{peso del prisma} = 1{,}50 \cdot 32 \text{ cm}^3 \rho_1 \cdot g$$

Igualando:

$$(V_{est} + 1{,}50 \cdot 30 \text{ m}^3)\, 1 \text{ g/cm}^3 \cdot g = V \cdot 11 \text{ g/cm}^3 \cdot g + 1{,}50 \cdot 32 \text{ cm}^3 \cdot \frac{2}{3} \text{ g/cm}^3 \cdot g$$

$$\rightarrow V_{est} = \frac{1{,}50 \cdot 30 \text{ cm}^3 - 1 \cdot 32 \text{ cm}^3}{01} = 1{,}3 \text{ cm}^3$$

SONIDO

8

C-8.1. *¿Cómo se producen los sonidos?*

Solución Por las vibraciones de un cuerpo cualquiera transmitidas por un medio elástico hasta nuestro oído. Las frecuencias audibles van desde 20 a 20 000 Hz, aproximadamente. Estas frecuencias constituyen los umbrales inferior y superior del sonido; por debajo de 20 Hz están los subsonidos; y por encima de los 20 000 Hz los ultrasonidos.

C-8.2. *¿Por qué el sonido no se propaga en el vacío?*

Solución Porque el sonido es la propagación de un movimiento ondulatorio producido por la vibración u oscilación de un cuerpo. Y los movimientos ondulatorios precisan de un medio elástico para propagarse.

C-8.3. *La onda de sonido posee eenrgía que transmite hasta el oído. ¿De dónde proviene esa energía?*

Solución De la vibración de la cuerda, placa o cuerpo que vibra a impulsos o presiones del cuerpo percusor.
Para golpear una tecla de piano se necesita gastar una mayor o menor energía. Esta energía se comunica con el golpe a una cuerda que se pone a vibrar; y esta vibración comunica esa energía a las moléculas del aire que la transmiten hasta el oído.

C-8.4. *Los líquidos transmiten mejor el sonido que los gases, y los sólidos mejor aún que los líquidos. ¿Por qué?*

Solución Porque por la mayor proximidad de las moléculas en los sólidos que en los líquidos, y en éstos que en los gases, se transmite más fácilmente la energía cinética (de la vibración) de unas moléculas a otras en los primeros que en los últimos.

C-8.5. *El concepto de intensidad como magnitud física se mide en W/cm^2. ¿Por qué?*

Solución Porque la intensidad mide la energía por segundo transmitida a través de la unidad de superficie perpendicular a la dirección de propagación.

C-8.6. *La intensidad fisiológica es una sensación auditiva que se mide en decibelios. Explica lo que esto significa.*

Solución El nivel de intensidad o sonoridad de un sonido, o de un ruido, se mide en decibelios. El decibelio es la décima parte del belio y éste mide el logaritmo del cociente de la intensidad del sonido y del umbral inferior de audición .

C-8.7. *¿Es lo mismo intensidad que altura de un sonido?*

Solución La intensidad depende de la amplitud de las vibraciones, pero no de la altura del sonido.
Un sonido bajo puede ser muy intenso, si es muy grande la energía que posee.
Tal suele ocurrir con los sonidos de las campanas.
La altura de un sonido depende de la frecuencia de la oscilación sonora.

C-8.8. *Distingue la frecuencia del tono.*

Solución El tono de un sonido depende de su frecuencia.

Un tono agudo (sonido alto o elevado) posee frecuencia elevada; un tono grave (sonido bajo) posee poca frecuencia.

C-8.9. *¿Qué son los armónicos? ¿Qué relación hay entre armónicos de un sonido y timbre?*

Solución Armónicos son sonidos de frecuencias diferentes de la del tono fundamental. Los armónicos de un tono tienen frecuencias que son múltiplos de la del tono fundamental.

El tono fundamental o nota pura es igual en un instrumento que en otro; pero los armónicos de cada instrumento son diferentes y por eso se oye con timbre distinto la nota tocada en una guitarra que en un acordeón.

El timbre de un instrumento se caracteriza por los armónicos que produce.

C-8.10. *¿Qué propiedad del sonido disminuye con el cuadrado de la distancia a la fuente sonora? ¿Por qué?*

Solución La intensidad, porque se propaga en forma de ondas esféricas y la relación potencia/superficie disminuye con el cuadrado del radio de la onda.

C-8.11. *¿Qué propiedad nos permite distinguir el sonido bajo del sonido alto? ¿Y el sonido de violín del de una guitarra? ¿Y el sonido fuerte del débil?*

Solución *a*) El tono; *b*) el timbre; *c*) la intensidad.

C-8.12. *¿Por qué los instrumentos de cuerda llevan todos caja?*

Solución Para aumentar la intensidad del sonido, ya que la cuerda pone en vibración una cantidad pequeña de aire; mientras que si se hace vibrar simultáneamente la caja de madera, el volumen de aire que se mueve ya es notable, y se puede oír el sonido estando alejados del instrumento.

C-8.13. *¿Qué es resonancia y qué resonador?*

Solución Resonancia es hacer vibrar "por simpatía" una cuerda o instrumento cuando en su proximidad se hace vibrar otro cuerpo que tenga igual frecuencia que el primero, o bien una frecuencia múltiplo.

Para que dos instrumentos o cuerpos resuenen tienen que poseer la misma frecuencia.

Se llama resonador al cuerpo que vibra por influjo de otro.

C-8.14. *Dibuja las ondas de los sonidos fuerte y débil, de la misma frecuencia; y de dos sonidos, alto y bajo.*

Solución Consultar el libro de texto.

C-8.15. *Si un avión de reacción produjera un ruido de 130 db. ¿qué se notaría?*

Solución Una intensidad de 130 db, excitación sonora o sonoridad de 130 db, sería muy dolorosa por sobrepasar el límite permisible de admisión.

C-8.16. *¿Qué condición se requiere para que se produzca el eco?*

Solución Para percibir el sonido dos veces (eco) debe mediar entre la percepción del primero y la del segundo un intervalo de tiempo igual o superior a 0,1 segundos, pues dos sonidos recibidos en menor intervalo de tiempo se confunden en uno sólo. Para que esto ocurra, el obstáculo que refleja el sonido debe estar como mínimo a 17 m, teniendo en cuenta la velocidad del sonido en el aire a la temperatura ambiente.

PROBLEMAS DE APLICACION

P-8.1. *Los límites inferior y superior de los sonidos audibles para el oído humano son 20 c/s (Hz) y 20 000 c/s (Hz). Calcular la longitud de onda de esos sonidos.*

Solución $\lambda = v \cdot T = v/N \qquad v = 340\ \text{m/s}$ en el aire

a) $\lambda_1 = \dfrac{340\ \text{m/s}}{20\ \text{c/s}} = 17\ \text{m}$

b) $\lambda_2 = \dfrac{340\ \text{m/s}}{20\,000\ \text{c/s}} = 1{,}7\ \text{cm}$

P-8.2. *Si un sonido en el aire tiene como frecuencia 440 Hz. ¿Cuál es su longitud de onda? ¿Cuál sería la longitud de onda de ese sonido en el agua? Velocidad del sonido en el agua v = 1 450 m/s.*

Solución $\lambda = \dfrac{v}{N}$

a) $\lambda_1 = \dfrac{340\ \text{m/s}}{440\ \text{c/s}} = 77{,}27\ \text{cm}$

b) $\lambda_2 = \dfrac{1\,450\ \text{m/s}}{440\ \text{c/s}} = 3{,}295\ \text{m}$

P-8.3. *Si el murciélago emite ondas sonoras de $3{,}3 \cdot 10^{-2}$ m de longitud, hallar la frecuencia de esa onda. ¿La puedes oír tú?*

Solución $\lambda = \dfrac{v}{N} \qquad N = \dfrac{v}{\lambda}$

$$N = \frac{340\ \text{m/s}}{3{,}3 \cdot 10^{-2}\ \text{m}} = 10\,303{,}30\ \text{Hz}$$

Sonido audible por el hombre.

P-8.4. *Para calcular la distancia en km a que se halla una tormenta, cuenta un estudiante los segundos que transcurren desde que ve el relámpago hasta que se oye el trueno y los divide por 3. ¿Es correcto? Calcular el error relativo que comete.*

Solución El relámpago se ve, prácticamente, en el instante mismo que se produce. En los segundos que transcurren hasta que se oye el trueno, éste ha recorrido una distancia

$d = 340\ m/s \cdot t \quad s = 0{,}34\ km/s \cdot t \quad s = 0{,}34\ t\,km$

y este valor es, prácticamente, igual al que resulta de dividir por 3 los segundos transcurridos entre el relámpago y el trueno.

Ejemplos:

Si transcurrieron 3 segundos:

$d = 0{,}34\ km/s \cdot 3\ s = 1{,}02\ km$

que viene a ser: $d \simeq \dfrac{3}{3} = 1\ km$

Para $t = 6$ segundos:

$d = 0{,}34\ km/s \cdot 6\ s = 2{,}04\ km$

que, aproximadamente, es: $d \simeq \dfrac{6}{3} = 2\ km$

Error relativo: $E_r = \dfrac{0{,}04}{2{,}04} = 1{,}96\ \%$

P-8.5. *El sonar de un barco registra el eco de su onda 0,95 segundos después de haber emitido el sonido. Calcular la profundidad del océano en aquel punto.*

Solución Velocidad del sonido en el agua $v = 1\,450\ m/s$. El camino recorrido en 0,95 s es el de ida y vuelta al fondo del mar: $2\,x$. Luego:

$$x = \frac{1\,450\ m/s \cdot 0{,}95\ s}{2} = 688{,}75\ m$$

P-8.6. *Si la velocidad del sonido en el hierro es de 5 130 m/s, calcular la longitud de onda de un sonido de 1 000 Hz.*

Solución $\lambda = \dfrac{v}{N}$

$$\lambda = \frac{5\,130\ m/s}{1\,000\ c/s} = 5{,}13\ m$$

P-8.7. *Un marinero comprueba que transcurren 5 segundos desde que dispara el cañón hasta recibir el eco de los acantilados; ¿a qué distancia del barco está la costa?*

Solución La distancia recorrida es 2 veces la distancia de la costa al barco.

$$2\,x = v \cdot t; \qquad x = \frac{340\ m/s \cdot 5\ s}{2} = 850\ m$$

P-8.8. *Un sonido de 1 540 Hz llega a un objeto que puede vibrar con una frecuencia de 770 Hz, ¿vibrará el objeto por resonancia?*

Solución El cuerpo resonará si su frecuencia es igual o múltiplo de la del resonador:

En este caso: $\dfrac{1\,540\ Hz}{770\ Hz} = 2$

la frecuencia del resonador es exactamente la octava del otro; luego resuena al recibir la vibración, pues son los dos armónicos principales.

P-8.9. a) *Calcular la velocidad del sonido en el aire a 15º C, si se conoce su velocidad a 0º C, $v_0 \doteq 331$ m/s.*

b) *¿Cuántos segundos necesita para recorrer un km?*

Solución *a)* La velocidad del sonido, en el aire, es función de la temperatura y vale:

$$v = 331 \text{ m/s} \sqrt{\frac{T}{273}}$$

$$v = 331 \sqrt{\frac{273 + 15}{273}} = 331 \cdot 1{,}027 = 339{,}97 \text{ m/s}$$

Y éste es el valor medio (~ 340 m/s) que se toma para la propagación del sonido en el aire.

b) $t = \dfrac{x}{v} = \dfrac{1\,000 \text{ m}}{339{,}97 \text{ m/s}} = 2{,}94 \text{ s}$

P-8.10. *Un diapasón tiene la frecuencia de 440 Hz (c/s). Calcular la longitud de onda del sonido que emite en metros.*

Solución $\lambda = \dfrac{v}{N}$

$$\lambda = \frac{340 \text{ m/s}}{440 \text{ c/s}} = 0{,}7727 \text{ m}$$

P-8.11. *Calcular la sonoridad de una onda cuya intensidad es de 10^{-8} W/cm².*

Solución $i = 10 \log \dfrac{I}{I_0}$

$$i = 10 \log \frac{10^{-8} \text{ W/cm}^2}{10^{-16} \text{ W/cm}^2} = 10 \log 10^{8} = 80 \text{ db}$$

P-8.12. *La intensidad del sonido percibido cuando paseamos por una calle ruidosa es de 90 db. Calcular en W/cm² la intensidad del ruido de esa calle.*

Solución $90 \text{ db} = 10 \log \dfrac{I}{10^{-16} \text{ W/cm}^2}$

$$\log \frac{I}{10^{-16} \text{ W/cm}^2} = 9 \rightarrow \frac{I}{10^{-16} \text{ W/cm}^2} = 10^{9}$$

De donde $I = 10^{-7}$ W/cm²

P-8.13. *El ruido de una calle tranquila es de 30 db. Hallar la intensidad de ese ruido en W/m².*

Solución $30 \text{ db} = 10 \log \dfrac{I}{10^{-16} \text{ W/cm}^2}$

$$\log \frac{I}{10^{-16}\ W/cm^2} = 3 \rightarrow \frac{I}{10^{-16}\ W/cm^2} = 10^3$$

De donde $I = 10^{3-16}\ W/cm^2$.

P-8.14. *Dos personas se encuentran a 102 m de distancia y a 68 m de una pared que produce eco. Si una de ellas dispara una escopeta, calcular el tiempo que tardará en oírse el disparo la primera y la segunda vez.*

Solución *a)* Si dispara la persona A, llegará a B el sonido directo despuésde recorrer 102 m, distancia que las separa, y luego el sonido reflejado en la pared; en este caso, recorriendo el camino $2 \cdot 68$ m.

1) $$t_1 = \frac{102\ m}{340\ m/s} = 0{,}3\ s$$

2) $$t_2 = \frac{2 \cdot 68\ m}{340\ m/s} = 0{,}4\ s$$

b) En cuanto a la persona que dispara, oirá el eco del disparo a las 0,4 s de disparar, como la B, ya que recorre el sonido $2 \cdot 68$ m en ir y volver.

C-9.1. *Explica la formación de sombras y penumbras. ¿En qué se fundan?*

Solución Un foco puntual (o no extenso) al iluminar un cuerpo opaco, éste proyecta una sombra, cuyos límites están determinados por las tangentes al cuerpo que parten del foco puntual. Cuando el foco es extenso, entonces la sombra no tiene límites precisos, nítidos, sino que se pasa gradualmente de la sombra a la luz plena. Se llama penumbra a esa zona intermedia que se delimita trazando las tangentes exteriores e interiores del foco al cuerpo iluminado.

C-9.2. *Condiciones para que se forme un eclipse de Sol. ¿Cuándo será anular?*

Solución El eclipse de Sol se produce cuando la Tierra penetra en el cono de sombra proyectado por la Luna.

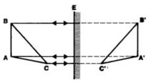
Será eclipse anular cuando el cono de sombra que ocupa la Tierra es el formado después de cruzarse las tangentes que delimitan la sombra.

C-9.3. *El espejo plano forma imágenes virtuales. ¿Qué quiere decir esto?*

Solución Las imágenes virtuales no se pueden recoger en una pantalla porque están formadas por la prolongación de los rayos reflejados, no directamente por estos rayos.

C-9.4. *Representa la imagen de un triángulo en un espejo plano y razona sus propiedades.*

Solución Los rayos procedentes de los vértices del triángulo ABC llegan "normalmente" al espejo E y se reflejan en la misma dirección, pues el ángulo de reflexión es igual al de incidencia y ambos valen cero grados. Pero mirando al espejo se ve el triángulo como si procediera de los puntos simétricos A' B' C' que forman la imagen virtual, directa y simétrica respecto del espejo del triángulo ABC.



C-9.5. *¿Por qué vemos la Luna? ¿Por qué son visibles las estrellas?*

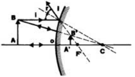
Solución La Luna la vemos porque nos refleja la luz que recibe del Sol.

Las estrellas las vemos cuando nos llega la luz que emiten como consecuencia de las reacciones nucleares que se producen en sus masas gaseosas.

C-9.6. *Un espejo convexo sólo da imágenes virtuales. ¿Por qué? Represéntalo.*

Solución El espejo convexo forma siempre imágenes virtuales de los objetos porque los rayos que llegan a él se separan divergiendo y sólo se juntan en un punto las prolongaciones de los mismos en sentido inverso a su marcha.

El rayo BI se refleja y su prolongación pasa por el foco virtual F'. El rayo BC llega normal al espejo y se refleja en la misma dirección y sentido contrario. Su prolongación corta al anterior en B', imagen virtual del punto B. La imagen de A está en el eje principal en la perpendicular por B' a ese eje; es la imagen A'B'.



C-9.7. *Con un espejo cóncavo se pueden obtener imágenes reales e imágenes virtuales. Explica cómo lo puedes conseguir.*

Solución La imagen es real, pero invertida, siempre que el objeto esté fuera del foco. Cuando el objeto está entre el foco y el espejo cóncavo la imagen se hace virtual, directa y mayor que el objeto.

C-9.8. *Indica la clase de espejo y el lugar donde debemos colocar el objeto si deseamos obtener:*

a) *una imagen real ampliada;*
b) *imagen real menor que el objeto;*
c) *una imagen virtual mayor que el objeto;*
d) *una imagen virtual menor que el objeto.*

Solución *a)* Un espejo cóncavo; el objeto debe estar situado entre el centro de curvatura y el foco.
b) Un espejo cóncavo; el objeto debe estar más distante que el centro de curvatura C.
c) Un espejo cóncavo con el objeto entre el foco y el espejo.
d) Un espejo convexo; el objeto puede ponerse a cualquier distancia del espejo.

C-9.9. *En un espejo esférico son importantes: el centro de curvatura y el foco. Razona las propiedades que tienen los rayos que pasan por esos puntos.*

Solución Todo rayo que pasa por el centro de curvatura, C (eje secundario), es normal al espejo y se refleja siempre por el mismo camino de incidencia, pero en sentido inverso.

Los rayos que llegan al espejo pasando por el foco se reflejan paralelos al eje principal.

C-9.10. *Entre las leyes de la reflexión está la ley del retorno inverso. ¿Qué quiere decir esto?*

Solución Que el camino que siguen los rayos al volver, es el mismo de ida; es decir, que un foco situado en el rayo reflejado envía la luz y se refleja por el mismo camino que llevó antes el rayo incidente, pero en sentido opuesto.

C-9.11. *¿A qué se llama reflexión total? ¿Cuándo se produce?*

Solución Reflexión total es la reflexión de la luz en una superficie reflectante cuando pasa de un medio a otro de menor refringencia (agua → aire), propagándose de nuevo por el primer medio. Para que ocurra esto, el ángulo de incidencia debe superar al ángulo límite, λ, del medio por el que se propaga el rayo de luz.

C-9.12. *Cuando la luz pasa de un medio a otro menos refringente, ¿existe siempre rayo refractado? Razona claramente tu respuesta.*

Solución No. Cuando el ángulo incidente es superior al límite se refleja de nuevo en el medio de incidencia. Se llama ángulo límite al ángulo de incidencia cuyo rayo refractado forma un ángulo de 90° con la normal en el punto de incidencia.

C-9.13. *¿Cuál es la causa física que produce la refracción de la luz?*

Solución El cambio de velocidad que experimenta la luz cuando pasa de un medio transparente a otro de distinta densidad y transparente.

C-9.14. *Diferenciar y relacionar el índice de refracción absoluto y el relativo de un medio transparente.*

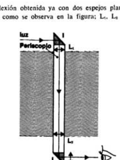
Solución El índice de refracción absoluto de un medio es su índice de refracción respecto del vacío; viene dado por el cociente entre las velocidades de la luz en el vacío y en el medio considerado: $n = \dfrac{c}{v}$.

Dividiendo el índice de refracción de un medio transparente por el de otro cuerpo, obtenemos el índice de refracción del primero respecto al del segundo. Si la velocidad de la luz en el agua es v_2 y en el aire v_1, el índice de refracción del agua respecto del aire es:

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{c/v_2}{c/v_1} = \frac{v_1}{v_2}$$

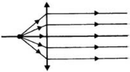
C-9.15. *¿Cómo se puede ver desde un submarino sumergido lo que pasa en la superficie del mar? Razona la respuesta ayudándote de un dibujo.*

Solución Mediante una doble reflexión obtenida ya con dos espejos planos, ya con dos prismas isósceles de reflexión total, como se observa en la figura; L_1, L_2 y L_3 son lentes convergentes del aparato.



C-9.16. *Si quieres que los rayos refractados en una lente salgan paralelos al eje principal, ¿dónde colocarías el foco luminoso? ¿Qué lente emplearías? Razona la respuesta ayudándote del dibujo.?*

Solución Debe colocarse en el foco objeto de la lente convergente, ya que su imagen se forma en el infinito.



C-9.17. *Si quieres proyectar en una pantalla la imagen de un objeto, ¿qué lente utilizarías?*

Solución Debe ser convergente, pues las lentes divergentes no oroducen imágenes reales.

C-9.18. *¿Puede ser el objetivo de un microscopio una lente divergente? ¿Por qué?*

Solución No, porque la imagen que forma debe hacer de objeto para el ocular y la lente divergente no produce imágenes reales.

C-9.19. *Obtenemos en una pantalla una imagen real, invertida y mayor que el objeto. ¿Qué clase de lente la produce? ¿Dónde debe ponerse el objeto?*

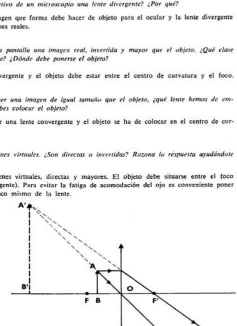
Solución Es una lente convergente y el objeto debe estar entre el centro de curvatura y el foco.

C-9.20. *Si queremos obtener una imagen de igual tamaño que el objeto, ¿qué lente hemos de emplear? ¿Dónde debes colocar el objeto?*

Solución Hemos de emplear una lente convergente y el objeto se ha de colocar en el centro de curvatura.

C-9.21. *La lupa da imágenes virtuales. ¿Son directas o invertidas? Razona la respuesta ayudándote del dibujo.*

Solución La lupa da imágenes virtuales, directas y mayores. El objeto debe situarse entre el foco y la lente (convergente). Para evitar la fatiga de acomodación del ojo es conveniente poner el objeto en el foco mismo de la lente.



A'B' es la imagen virtual de AB

PROBLEMAS DE APLICACION

P-9.1. *Un foco luminoso circular de 3 cm de diámetro está situado a 50 cm de un disco opaco de 20 cm de diámetro. Calcular la longitud de la sombra y de la penumbra formadas en una pantalla distante un metro del disco opaco.*

Solución: 1. Comparamos los triángulos semeajntes: OAB ~ OCD.

$$\frac{AB}{CD} = \frac{OB}{OD} = \frac{OB}{OB + BD}; \quad OB = \frac{AB \cdot BD}{CD - AB} = \frac{1{,}5 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm}}{(10 - 1{,}5) \text{ cm}} = 1{,}76 \text{ cm}$$

2. Comparamos los triángulos semejantes: OCD ~ OEF.

$$\frac{CD}{EF} = \frac{OD}{OF}; \quad E = OF \cdot \frac{CD}{OD}; \quad EF = \text{radio del círculo de sombra}$$

$$EF = 151{,}76 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{51{,}76 \text{ cm}} = 29{,}32 \text{ cm}$$

Luego el diámetro de la sombra mide:

$$EE' = 2\,EF = 2 \cdot 29{,}32 \text{ cm} = 58{,}64 \text{ cm}$$

Círculo sombreado: $\pi \cdot (EF)^2 = 3{,}1416 \cdot 29{,}32^2 \text{ cm}^2 = 2\,700{,}71 \text{ cm}^2$

3. Zona de penumbra:

Para calcular la zona de penumbra, calculamos primero la distancia HD.

$$\text{De } ABH \sim CDH: \frac{BA}{DC} = \frac{BH}{50 - BH} \rightarrow BH = \frac{50\,AB}{AB + CD} = \frac{50 \cdot 1{,}5}{1{,}5 + 10} = 6{,}52 \text{ cm}$$

Luego $HD = 50 - 6{,}52 = 43{,}48$ cm

y comparando los triángulos semejantes:

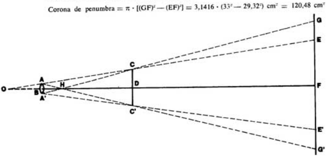
HCD ~ HGF resulta:

$$\frac{CD}{GF} = \frac{HD}{HF} \rightarrow GF = HF \cdot \frac{CD}{HD}; \quad GF = 143{,}48 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{43{,}48 \text{ cm}} \simeq 33 \text{ cm}$$

Radio exterior de la zona de penumbra:

$$GE = GF - EF = (33 - 29{,}32) \text{ cm} = 3{,}68 \text{ cm}$$

Corona de penumbra $= \pi \cdot [(GF)^2 - (EF)^2] = 3{,}1416 \cdot (33^2 - 29{,}32^2) \text{ cm}^2 = 120{,}48 \text{ cm}^2$



P-9.2. *Calcular la distancia focal de un espejo cóncavo, sabiendo que un objeto luminoso perpendicular al eje principal y a una distancia de 15 cm del espejo da una imagen virtual seis veces mayor que el objeto.*

Solución Ecuación de los espejos:

$$(1)\quad \frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'};\ \text{tamaño de la imagen:}\quad \frac{I}{Ob} = \frac{p'}{p}\,(2)$$

Si la imagen es virtual se forma a la derecha del espejo y, por tanto, p' es positiva.

De la (1) se deduce: $y = \dfrac{p \cdot p'}{p - p'}$ (3)

Y de la (2): $p' = 6\,p$

Sustituyendo en (3) $p = -15$ cm; $p' = +90$ cm resulta:

$$f = \frac{(-15)\,\text{cm} \cdot 90\,\text{cm}}{(-15)\,\text{cm} + 90\,\text{cm}} = -18\,\text{cm}$$

El foco se encuentra a 18 cm delante del espejo en el eje principal.

P-9.3. *Desde nuestro coche parado vemos por el espejo plano retrovisor que otro coche se acerca con la velocidad de 20 km/h. ¿Cuál es realmente la velocidad del coche?*

Solución *a)* El espejo plano produce una imagen simétrica del objeto respecto del espejo:

$-p = p'$

Si el coche se desplaza 20 km/h (variación de p), la imagen se desplazará con la misma velocidad (variación de p').

Luego $v = 20$ km/h

P-9.4. *Vamos en un coche a 60 km/h y nos sigue otro a 20 km/h. Hallar la velocidad con que se aleja de nosotros la imagen de ese coche en el espejo retrovisor plano.*

Solución Nuestro coche adelanta por hora, al que nos sigue, en:

$60\,\text{km/h} - 20\,\text{km/h} = 40\,\text{km/h}$

Como al mover un espejo plano, paralelamente a sí mismo, la imagen de un objeto se desplaza DOS VECES el desplazamiento del espejo, la imagen del coche se desplaza en el retrovisor con una velocidad

$v' = 40 \cdot 2 = 80$ km/h

P-9.5. *Delante de un espejo cóncavo de 20 cm de distancia focal se coloca un objeto luminoso de 15 cm de alto, a una distancia de 120 cm del espejo. Determinar la posición y tamaño de la imagen.*

Solución $\dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{p} + \dfrac{1}{p'}$ (4); $\dfrac{I}{Ob} = \dfrac{p'}{p}$

Despejamos p' en la (1): $p' = \dfrac{p \cdot f}{p - f}$

En nuestro caso: $p = -120$ cm

$$f = -20 \text{ cm}$$

$$p' = \frac{(-120) \text{ cm} \cdot (-20) \text{ cm}}{-120 \text{ cm} + 20 \text{ cm}} = -24 \text{ cm}$$

La imagen es real, pues se forma delante del espejo cóncavo, a una distancia de 24 cm del centro del espejo (0).

Relación imagen/objeto:

$$\frac{I}{Ob} = \frac{p'}{p}; \quad \frac{I}{15} = \frac{-24}{-120}; \quad I = 15 \cdot \frac{24}{120} = 3 \text{ cm}$$

P-9.6. *Hallar el radio de curvatura de un espejo esférico cóncavo si un objeto situado a 3,60 m de su centro óptico, da una imagen real a 18 cm de ese punto.*

Solución $$\left[\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}; \quad f = \frac{p \cdot p'}{p' - p}\right]; \quad f = \frac{(-3{,}60) \text{ m} \cdot (-0{,}18) \text{ m}}{-0{,}18 \text{ m} - 3{,}60 \text{ m}} = -0{,}17 \text{ m}$$

$f = \dfrac{r}{2} \rightarrow r = 2 \cdot f = 2 \cdot 0{,}17 \text{ m} = 0{,}34 \text{ m}$, medida absoluta del radio de curvatura.

P-9.7. *Un objeto y su imagen producida en un espejo cóncavo tienen el mismo tamaño cuando el objeto dista 15 cm del espejo. Hallar la distancia focal del espejo.*

Solución $$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \text{ (1)}; \quad \frac{I}{Ob} = \frac{p'}{p} \text{ (2)}$$

En (2): $\dfrac{I}{Ob} = 1 \rightarrow$ imagen $=$ objeto

La imagen tiene igual tamaño que el objeto cuando éste se encuentra en el centro de curvatura, C.

Luego $r = 15 \text{ cm} = p$

$f = \dfrac{r}{2} = \dfrac{15 \text{ cm}}{2} = 7{,}5$ cm, distancia focal del espejo, en valor absoluto.

P-9.8. *Vemos la imagen de la Luna en un espejo cóncavo de 4 m de radio de curvatura. Calcular el diámetro de la imagen si el diámetro de la Luna es de $3{,}48 \cdot 10^6$ m. Distancia Tierra-Luna: $3{,}84 \cdot 10^8$ m.*

Solución $$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \text{ (1)}; \quad \frac{I}{Ob} = \frac{p'}{p} \text{ (2)}$$

En (1):

$$p' = \frac{p\, f}{p - f} = \frac{(-3{,}84 \cdot 10^8 \text{ m})\ (-2 \text{ m})}{[-3{,}84 \cdot 10^8 - (-2)] \text{ m}} = 2 \text{ m}$$

En la (2):

$$\frac{I}{Ob} = \frac{p'}{p} \quad ; \quad I = Ob \cdot \frac{p'}{p} \quad ; \quad I = 3{,}48 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot \frac{2 \text{ m}}{3{,}84 \cdot 10^8 \text{ m}} = 1{,}81 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

P-9.9. *Hallar el índice de refracción de una sustancia respecto del aire, si su ángulo límite es de 20°.*

Solución Según la ley de Snell:

$n_2 \operatorname{sen} \lambda = n_1 \cdot \operatorname{sen} r$; donde $n_1 = 1$ es el índice de refracción del aire, y $\widehat{r} = 90°$

$$n_2 \cdot \operatorname{sen} 20° = 1 \cdot 1 = 1 \rightarrow n_2 = \frac{1}{\operatorname{sen} 20°} = \frac{1}{0,342} = 2,92 \quad ; \quad n_2 = 2,92$$

P-9.10. *Hallar la desviación que experimenta un rayo de luz que incide oblicuamente en la cara de una lámina de vidrio de 20 mm de espesor. Indice de refracción del vidrio, $n = 3/2$; $\operatorname{sen} i = 0,60$.*

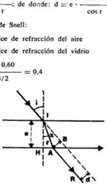
Solución En el triángulo IAB tenemos:

$$d = x \cdot \operatorname{sen} i; \text{ pero } x = \frac{e}{\cos r}; \text{ de donde: } d = e \cdot \frac{\operatorname{sen} i}{\cos r}$$

Calculemos $\cos r$, por la ley de Snell:

$$n_1 \operatorname{sen} i = n_2 \cdot \operatorname{sen} r \begin{cases} n_1 = \text{índice de refracción del aire} \\ n_2 = \text{índice de refracción del vidrio} \end{cases}$$

$$\operatorname{sen} r = \frac{n_1 \cdot \operatorname{sen} i}{n_2} = \frac{1 \cdot 0,60}{3/2} = 0,4$$



La desviación *d* producida en la lámina será:

$$d = 2 \text{ cm} \cdot \frac{0,60}{\sqrt{1 - 0,4^2}} = 1,31 \text{ cm}$$

P-9.11. *Hallar la distancia de un objeto a una lente convergente de 10 cm de distancia focal, si se desea tener una imagen 2 veces mayor que el objeto. ¿Dónde se debe poner la pantalla que recoge la imagen?*

Solución Ecuación de las lentes:

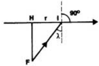
$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{p'} - \frac{1}{p} \quad (1) \qquad p = \frac{f' \, p'}{f' - p'}$$

$$\frac{I}{Ob} = \frac{p'}{p} = 2 \qquad p = \frac{f' \, 2 \, p}{f' - 2 \, p} \qquad p = \frac{-f'}{2} = \frac{-10 \text{ cm}}{2} = -5 \text{ cm}$$

El objeto debe situarse a 5 cm delante del centro óptico de la lente.
Como $p' = 2$ p, la pantalla que recoja la imagen debe estar situada a 10 cm detrás de la lente.

P-9.12. *Un foco luminoso se halla dentro de un líquido de índice de refracción $n = 2$ a una profundidad de 6 cm. Calcular el radio de la circunferencia en la superficie del líquido que limita la refracción de la luz.*

Solución Por Snell:



$$n \text{ sen } \lambda = 1 \rightarrow \text{sen } \lambda = \frac{1}{n};$$

$$\text{sen } \lambda = \frac{1}{2} \rightarrow \lambda = 30^\circ$$

En el triángulo HFI:

$$r = HF \cdot \text{tg } 30^\circ = 6 \text{ cm} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = 3{,}46 \text{ cm}$$

La circunferencia que limita en la superficie la refracción de ese foco tiene 3,46 cm de radio.

P-9.13. *Un proyector tiene un objetivo de 8 dioptrías de potencia. Calcular la distancia objetivo-pantalla, si se desea proyectar una diapositiva de 3 cm de alta colocada a 20 cm del objetivo. ¿Qué tamaño tiene la imagen?*

Solución *a)* $\frac{1}{f'} = \frac{1}{p'} - \frac{1}{p}$; $\frac{1}{f'} = D = \text{potencia}$

Como la potencia o convergencia de la lente se mide en dioptrías cuando f' se da en metros, para $D = 8$ dioptrías, $f' = \frac{1}{8}$ m.

$$f' = 0{,}125 \text{ m} = 12{,}5 \text{ cm}$$

$$p' = \frac{f' \cdot p}{p + f'} = \frac{12{,}5 \text{ cm} \cdot (-20) \text{ cm}}{(-20) \text{ cm} + 12{,}5 \text{ cm}} = 33{,}33 \text{ cm}$$

b) $\frac{I}{Ob} = \frac{p'}{p}$; $I = Ob \cdot \frac{p'}{p} = -5 \text{ cm}$

El signo (—) indica que la imagen es invertida.

P-9.14. *Un objeto mide 3 cm y dista 20 cm de una lente convergente. Se obtiene una imagen real a 10 cm de la lente. Calcular:*

a) *La distancia focal de la lente.*
b) *El tamaño de la imagen.*

Solución $\frac{1}{f'} = \frac{1}{p'} - \frac{1}{p}$; $\frac{I}{Ob} = \frac{p'}{p}$

a) $$f' = \frac{p \cdot p'}{p - p'} = \frac{(-20) \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm}}{(-20) \text{ cm} - 10 \text{ cm}} = 6{,}67 \text{ cm}$$

b) $$I = Ob \cdot \frac{p'}{p} = 3 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{(-20) \text{ cm}} = -1{,}5 \text{ cm}$$

El signo (—) indica que la imagen es invertida.

P-9.15. *La distancia focal de una lente es de 2,00 cm. ¿Dónde hemos de colocar la lente para obtener una imagen clara del objeto a 200 cm del objeto?*

Solución $p + p' = 200 \text{ cm} \quad ; \quad \dfrac{1}{f'} = \dfrac{1}{p'} - \dfrac{1}{p} \quad ;$

$$f' = \frac{p \cdot p'}{p - p'} = \frac{p\,(200 - p)}{p - (200 - p)} = \frac{200\,p - p^2}{2\,p - 200} = 2{,}00$$

$$p^2 - 196\,p - 400 = 0 \Rightarrow p = \begin{cases} 198 \text{ cm} \\ -2 \text{ cm} \end{cases}$$

para $p = 198$ cm ; $p' = 2$ cm

para $p = |-2 \text{ cm}|$; $p' = 198$ cm

La lente se puede colocar: *a)* a 198 cm del objeto, o bien, *b)* a 2 cm del objeto.

C-10.1. *La fuerza atractiva entre dos cargas ¿es positiva o negativa?*

Solución Es negativa, pues el producto de (+) por (—) da menos.

C-10.2. *Colocada una persona en el interior de una jaula, formada por varillas de metal, no experimenta daño alguno al electrizar fuertemente la jaula. ¿Qué prueba esto?*

Solución Que la carga se reparte por la superficie en los conductores, cuando es estática.

C-10.3. *¿Cómo se puede comprobar si un conductor está cargado o no?*

Solución Acercándolo a un electroscopio descargado. Si está cargado las laminillas del electroscopio se separan; en caso contrario no se mueven.

C-10.4. *¿Cómo se puede determinar la clase de electricidad, positiva o negativa, que posee un conductor cargado?*

Solución Mediante un electroscopio cargado previamente con una electricidad conocida. Si se descarga o, al menos, se hace menor la separación de las laminillas, el conductor que se ha aproximado al electroscopio tiene carga de signo contrario a la de éste.

De modo parecido se podría hacer con un pendulito de saúco.

C-10.5. *Comprobar que la intensidad del campo eléctrico se puede medir en voltios/m. ¿Qué es campo eléctrico?*

Solución Campo eléctrico es la región del espacio en la que se manifiestan atracciones o repulsiones sobre las cargas eléctricas que se colocan en ella.

El campo se mide en cada punto por la intensidad o fuerza por unidad de carga puesta en el punto y se mide en N/C que equivale a V/m. En efecto:

$$\frac{N}{C} = \frac{N \cdot m}{C \cdot m} = \frac{J}{C \cdot m} = \frac{V}{m}$$

C-10.6. *¿Qué son campos de fuerzas? ¿Cuántos campos de fuerzas conoces?*

Solución Son campos en los cuales cada punto se caracteriza por una fuerza que posee la unidad —de masa o de carga— puesta en el punto.

Son campos de fuerza el gravitatorio, el eléctrico, el magnético, etc.

C-10.7. *¿Que son conductòres y cuerpos aislantes? ¿Qué es lo que determina que el metal sea buen conductor?*

Solución Conductores son los cuerpos que conducen con facilidad las cargas eléctricas a su través: tales son los metales.

Aislantes o dieléctricos son los cuerpos que ofrecen mucha resistencia al paso de las cargas o de la corriente eléctrica a través de ellos.

La madera, el vidrio, muchas resinas y plásticos son buenos aislantes.

Hay algunos cuerpos llamados semiconductores que sólo conducen las cargas en un sentido: tales son el silicio, selenio, germanio, etc. Encuentran muchas aplicaciones en los modernos circuitos electrónicos (transistores).

Los metales son buenos conductores debido a la libertad que poseen los llamados electrones de valencia que no están circunscritos a ningún átomo en concreto.

C-10.8. *Tenemos dos esferas iguales, del mismo metal, una maciza y otra hueca, cargadas con la misma carga. Razonar:*

Solución

a) *¿Cómo son sus potenciales?*

b) *Si las ponemos al mismo potencial, ¿cómo son sus cargas?*

c) *Si pudiéramos encerrar la esfera maciza dentro de la hueca y cargáramos las dos esferas, ¿qué carga nos indicaría el electroscopio al ponerlo en contacto con la esfera interior?*

a) Sus potenciales son iguales, porque la carga es la misma en las dos y también la capacidad: $C = 4 \pi \varepsilon_0 R$.

$$V_1 = \frac{q}{C} = \frac{q}{4 \pi \varepsilon_0 R} \quad ; \quad V_2 = \frac{q}{C} = \frac{q}{4 \pi \varepsilon_0 R} \rightarrow V_1 = V_2$$

b) Serán iguales, por cuanto la capacidad también lo es:

$q = V \cdot 4 \pi \varepsilon_0 R$ en ambas.

c) Si ambas esferas están en contacto, la esfera interior no tendría ninguna carga porque ésta se coloca "sólo" en la superficie del conductor.

Si hubiera una capa de aire intermedia se cargaría con una carga igual a la esfera hueca pero de signo opuesto: el sistema formaría un condensador.

C-10.9. *¿Cómo se puede electrizar un cuerpo sin contacto ni frotamiento con otros?*

Solución Por fenómenos de influencia o inducción eléctrica. Se acerca un conductor neutro a otro cargado, pero sin tocarle. Por inducción, en la parte próxima al conductor cargado se crea una condensación de cargas de signo opuesto a la del conductor cargado, y en la parte alejada aparecen cargas del mismo signo que las del conductor cargado. Si éste es positivo, en la parte alejada del conductor no cargado aparecen cargas también positivas. Si en estas condiciones unimos esta parte a tierra con un hilo conductor, suben por él electrones del suelo hasta neutralizar las cargas positivas descompensadas que tiene. Luego se quita el hilo y, separando los cuerpos, ambos quedan cargados, pero con cargas de signo opuesto: negativo éste y positivo el conductor primitivamente cargado.

Si el conductor hubiera sido negativo, entonces el conductor neutro se cargaría positivamente, pues al conectar a tierra una vez sometido a la acción inductiva del primero, los electrones repelidos por la carga de éste descienden al suelo por el hilo conductor. Suprimido éste, el cuerpo queda con carga positiva.

C-10.10. *Frotamos una varilla de plástico (—) con un tejido de lana y acercamos la varilla frotada a la bolita de un electroscopio de láminas, pero no la tocamos; ¿qué se observará en las laminillas? ¿Por qué?*

Solución Observamos que las laminillas se separan: es debido al fenómeno de inducción eléctrica. Al acercar el cuerpo cargado negativamente al conductor neutro, las cargas negativas de éste (electrones) son repelidos y se van al extremo opuesto: aquí se distribuyen por las láminas que, al quedar cargadas negativamente, se repelen entre sí.

C-10.11. *La constante de la ley de Coulomb es una magnitud. ¿Cuál es su valor en el S.I. y en CGS?*

Solución $F = k \cdot \dfrac{q \cdot q'}{r^2} \rightarrow k = \dfrac{F \cdot r^2}{q \cdot q'}$

Dos cargas de un culombio puestas en el vacío a 1 m de distancia se repelen con la fuerza de $9 \cdot 10^9$ N. Luego, en el S.I.: $k = 9 \cdot 10^9 \dfrac{N \cdot m^2}{C^2}$.

Dos cargas con una unidad electrostática a la distancia de 1 cm en el vacío se repelen con la fuerza de una dina. Luego, en el sistema CGS:

$$K = 1 \frac{\text{dina} \cdot \text{cm}^2}{(\text{uee}_q)^2}$$

C-10.12. *El potencial de un punto ¿es sinónimo de trabajo?*

Solución Potencial es la energía potencial que posee la unidad de carga en ese punto; equivale al trabajo necesario para trasladar la unidad de carga positiva desde el infinito hasta ese punto, o desde ese punto hasta el infinito si el campo lo crea una carga negativa.

Luego el potencial es la relación del trabajo a la carga, o trabajo por unidad de carga. Por tanto, no es exactamente un trabajo. Por eso su unidad no es el julio, sino el voltio, cociente entre el julio/culombio.

C-10.13. *¿Qué, significa la expresión: potencial cero?*

Solución Es un término de referencia o comparación al que arbitrariamente se le da ese valor. Así, para los efectos de cálculo, se suele tomar la Tierra como potencial cero, aunque no lo es, absolutamente, pues posee mucha carga eléctrica.

C-10.14. *¿Qué signo tiene el trabajo eléctrico?*

Solución Se considera positivo el trabajo que realiza un campo eléctrico cuando repele o atrae las cargas eléctricas. Y negativo el que se hace contra las fuerzas del campo, acercando o alejando las cargas eléctricas.

C-10.15. *Se traslada una carga q, entre dos puntos A y B de un conductor X cargado. ¿Qué trabajo se realiza?*

Solución Ninguno. Porque todos los puntos de un conductor estáticamente cargado poseen el mismo potencial: son equipotenciales. De no serlo, no podría estar la carga en equilibrio, pues se movería de los puntos de mayor potencial a los de menor.

$\mathscr{E}_a{}^b = q\ (V_A - V_B) = q \cdot 0 = 0$

C-10.16. *Una carga se desplaza de un punto de potencial V_a a otro de potencial V_b. Se puede ir por infinitos caminos de A a B. ¿Qué trabajo se realiza según se siga uno u otro camino?*

Solución Siempre el mismo, porque en cualquier caso el trabajo vale:

$\mathscr{E}_a{}^b = q\ (V_A - V^B)$

Es decir, el trabajo no depende del camino seguido, sino sólo de los puntos inicial y final. Cuando esto se cumple se dice que el campo es conservativo. Son conservativos los campos de fuerzas eléctrico y gravitatorio.

C-10.17. *¿Qué trabajo se realiza cuando se desplaza una carga sobre una superficie equipotencial?*

Solución Ninguno, por lo dicho en C. 10-15:

$\mathscr{E}_{a}{}^{b} = q\,(V_A - V_B) = q \cdot 0 = 0$, pues $V_A = V_B$

ya que son puntos de una superficie equipotencial.

C-10.18. *La capacidad de un condensador depende del dieléctrico. ¿Cómo varía?*

Solución La capacidad del condensador es directamente proporcional a la constante dieléctrica del medio. Cuanto mayor sea ésta mayor es aquélla.

$$C = \varepsilon\,\varepsilon_0 \frac{S}{d}$$

(ε = constante dieléctrica del medio, con relación al vacío; ε_0 = constante dieléctrica del vacío).

C-10.19. *La capacidad de los condensadores se basa en el fenómeno de influencia. ¿En qué consiste?*

Solución En que las cargas de un conductor cargado atraen, en otro próximo a él y descargado, cargas de signo contrario, con lo que se aumenta la capacidad de este conductor.

C-10.20. *La capacidad varía en relación inversa con el potencial y en relación directa con la carga. ¿Es cierto esto?*

Solución Sí, pues la capacidad de un conductor es la razón constante entre la carga que tiene y el potencial que adquiere.

Cuando se duplica la carga, su potencial también se duplica, pero la relación se mantiene constante: es la capacidad:

$$C = \frac{q}{V} = \frac{2\,q}{2\,V} = \dots$$

PROBLEMAS DE APLICACION

P-10.1. *Dos esferas de 5 cm de radio se cargan hasta la tensión de 50 000 voltios. ¿Con qué fuerza se repelen si sus centros están a la distancia de 20 cm en el aire?*

Solución $F = k \cdot \dfrac{q \cdot q}{r^2}$ (1); $V = k \dfrac{q}{r}$ (2)

Dos esferas iguales con el mismo potencial, poseen la misma carga. Hallemos ésta:

De la (2):

$$q = \frac{V \cdot r}{k} = \frac{50\,000\ \mathrm{V} \cdot 0{,}05\ \mathrm{m}}{9 \cdot 10^9 \dfrac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{C^2}}} = 2{,}78 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{C} = 0{,}278\ \mu\mathrm{C}$$

En (1):

$$F = 9 \cdot 10^9 \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{C^2}} \cdot \frac{(0{,}278 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{C})^2}{(0{,}20\ \mathrm{m})^2} = 1{,}74 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{N}$$

P-10.2. *La intensidad del campo en un punto determinado es de $8{,}5 \cdot 10^{-3}$ Newtons/C. Calcular la distancia de ese punto al centro de la carga de $2 \cdot 10^{-5}$ C que crea el campo, supuesta puntual.*

Solución

$$E = k \cdot \frac{q}{r^2} \rightarrow r = \sqrt{\frac{k \cdot q}{E}}$$

$$r = \sqrt{\frac{9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot 2 \cdot 10^{-5}\ C}{8{,}5 \cdot 10^{-3}\ N/C}} = 4{,}60 \cdot 10^3\ m = 4\,600\ m$$

P-10.3. *Para trasladar una carga entre dos puntos cuyo potencial difiere en 6 voltios, se realiza el trabajo de 9 julios. Deducir el valor de la carga transportada.*

Solución $\mathscr{E} = q\,(V_a - V_b) \qquad q = \dfrac{\mathscr{E}}{V_a - V_b}; \qquad q = \dfrac{9J}{6V} = 1{,}5\ C$

P-10.4. *Calcular el trabajo que se necesita realizar para trasladar una carga de $3{,}5 \cdot 10^4$ uee de carga, desde un punto de potencial 10 voltios a otro de 6 voltios.*

Solución $\mathscr{E} = q\,(V_a - V_b)$

$$q = 3{,}5 \cdot 10^4\ uee_q = \frac{3{,}5 \cdot 10^4}{3 \cdot 10^9}\ C = 1{,}17 \cdot 10^{-5}\ C$$

$$\mathscr{E} = 1{,}17 \cdot 10^{-5}\ C\ (10 - 6)\ V = 4{,}67 \cdot 10^{-5}\ \text{julios}$$

P-10.5. *Calcular el trabajo necesario para trasladar una carga de 1/40 de microculombios entre dos puntos de una superficie equipotencial a 20 000 voltios de potencial.*

Solución $\mathscr{E} = q \cdot (V_a - V_b)$

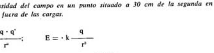
$$\mathscr{E} = \frac{1}{40} \cdot 10^{-6}\ C \cdot (20\,000 - 20\,000)\ V = 0$$

P-10.6. *Dos cargas puntuales de $3 \cdot 10^{-6}$ y $-4 \cdot 10^{-6}$ culombios están distanciadas 50 cm. Calcular:*

Solución

a) *La fuerza con que se atraen.*
b) *La intensidad del campo en un punto de la recta que las une, a 20 cm de la primera y 30 cm de la segunda.*
c) *La intensidad del campo en un punto situado a 30 cm de la segunda en la recta que las une, fuera de las cargas.*

$$F = -k\,\frac{q \cdot q'}{r^2}; \qquad E = \cdot\, k\,\frac{q}{r^2}$$



a) $F = -9 \cdot 10^9\,\dfrac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot \dfrac{3 \cdot 10^{-6} \cdot 4 \cdot 10^{-6}\ C^2}{0{,}50^2\ m^2} = -4{,}32 \cdot 10^{-1}\ N$

b) $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$, en el punto A.

$$E_1 = k \frac{9}{d_1^2};\ E_1 = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot \frac{3 \cdot 10^{-9}\ C}{0{,}20^2\ m^2} = 675\ N/C$$

$$E_2 = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot \frac{4 \cdot 10^{-6}\ C}{0{,}30^2\ m^2} = 4 \cdot 10^5\ N/C$$

$$E = E_1 + E_2 = 675 + 4 \cdot 10^5 = 40\,0675\ N/C$$

c) En el punto B: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$;

$$\left.\begin{array}{l} E_1 = 9 \cdot 10^9 \dfrac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot \dfrac{3 \cdot 10^{-9}\ C}{0{,}80^2\ m^2} = 42{,}187\ N/C \\ E_2 = 9 \cdot 10^9 \dfrac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot \dfrac{4 \cdot 10^{-6}\ C}{0{,}30^2\ m^2} = 4 \cdot 10^5\ N/C \end{array}\right\} E = E_2 - E_1 = 399957{,}8\ N/C$$

P-10.7. *En el problema anterior, calcular el potencial creado por las cargas en los puntos de los caso* b) *y* c).

Solución a) $V_1 = k \dfrac{q_1}{d_1};\ V_2 = k \dfrac{q_2}{d_2};\ V = \Sigma V_1$

$$\left.\begin{array}{l} V_1 = 9 \cdot 10^9 \dfrac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot \dfrac{3 \cdot 10^{-9}\ C}{0{,}20\ m} = 135\ V \\ V_2 = 9 \cdot 10^9 \dfrac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot \dfrac{(-4 \cdot 10^{-6})\ C}{0{,}30\ m} = -1{,}2 \cdot 10^5\ V \end{array}\right\} \Sigma V = V_1 + (-V_2)$$

$$V = 135\ V - 1{,}2 \cdot 10^5\ V = -119\,865\ V$$

b)

$$\left.\begin{array}{l} V'_1 = 9 \cdot 10^9 \dfrac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot \dfrac{3 \cdot 10^9\ C}{0{,}80\ m} = 33{,}75\ V \\ V'_2 = 9 \cdot 10^9 \dfrac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot \dfrac{(-4 \cdot 10^{-6})\ C}{0{,}30\ m} = -120 \cdot 10^3 \end{array}\right\} \Sigma V = V'_1 + (-V'_2)$$

$$V = 33{,}75\ V - 120\,000\ V = -119\,966.25\ V$$

P-10.8. *El potencial en un punto situado a 12 cm de un conductor cargado es de 12 000 voltios. Calcular la carga de ese conductor.*

Solución $V = k \dfrac{q}{d} \rightarrow q = \dfrac{V \cdot d}{k}$ $\qquad q = \dfrac{12\,000\ V \cdot 0{,}12\ m}{9 \cdot 10 \dfrac{N \cdot m^2}{C^2}} = 0{,}16\ \mu C$

P-10.9. *Una carga eléctrica de* $+10^{-6}$ *culombios se encuentra a 30 cm de otra carga de* $-5 \cdot 10^{-6}$ *culombios. Calcular:*

Solución

a) *La fuerza con que se atraen, supuestas en el vacío.*

b) *El valor del potencial del campo creado por la primera en el punto donde se encuentra la segunda.*

c) *El trabajo necesario para alejar la segunda carga 20 cm más de la primera.*

$$F = k \frac{q \cdot q'}{d^2};\ V = k \frac{q}{d};\ \mathscr{E} = q\,(V_a - V_b)$$

$$a)\quad F = 9 \cdot 10^{9} \frac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot \frac{10^{-8}\,C\,(-5) \cdot 10^{-9}\,C}{0{,}30^2\,m^2} = -5 \cdot 10^{-6}\,N$$

$$b)\quad V = 9 \cdot 10^{9} \frac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot \frac{10^{-8}\,C}{0{,}30\,m} = 300\,V$$

$$c)\quad \mathscr{E} = q\,(V - V')\ ;\ V' = 9 \cdot 10^{9} \frac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot \frac{10^{-8}\,C}{0{,}50\ m} = 180\,V$$

$$\mathscr{E} = -5 \cdot 10^{-9}\,C\,(300 - 180)\,V = -6 \cdot 10^{-7}\ \text{julios}$$

P-10.10. *Un electrón cuya carga es $-1{,}6 \cdot 10^{-19}$ culombios se traslada entre dos puntos cuya diferencia de potencial es de 10 voltios. Calcular la energía cinética que adquiere.*

Solución $E_c = \mathscr{E}_a{}^b = q \cdot (Va - Vb)$

$E_c = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C \cdot (10)\,V = 1{,}6 \cdot 10^{-18}$ julios

P-10.11. *Un electrón se desplaza dentro de un campo eléctrico uniforme entre dos puntos cuya diferencia de potencial es de 20 voltios. Calcular:*

a) *Trabajo que realiza.*
b) *La velocidad que adquiere al final.*

Carga del electrón: $e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C$.
Masa del electrón: $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\,kg$.

Solución $a)\ \mathscr{E} = q \cdot (Va - Vb)\ ; \mathscr{E} = E_c = \frac{1}{2} mv^2$

$$\mathscr{E} = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C \cdot 20\,V = 3{,}2 \cdot 10^{-18}\,J$$

$$v = \sqrt{\frac{2\,Ec}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3{,}2 \cdot 10^{-18}\,J}{9.1 \cdot 10^{-31}\,kg}} = 2{,}65 \cdot 10^{6}\,m/s$$

P-10.12. *Dos cargas iguales se repelen en el vacío con la fuerza de 0,001 g peso, cuando están a 0,2 cm de distancia. Calcular el valor de esas cargas.*

Solución $F = k \cdot \frac{q^2}{d^2} \rightarrow q = \sqrt{\frac{F \cdot d^2}{k}}$

$$q = \sqrt{\frac{10^{-6}\,kp \cdot 9{,}8\,N/kp \cdot (2 \cdot 10^{-3})^2\,m^2}{9 \cdot 10^{9} \cdot \frac{N \cdot m^2}{C^2}}} = 6{,}6 \cdot 10^{-11}\quad C = 6{,}6\,10^{-5}\ \mu C$$

P-10.13. *Dos esferas metálicas cargadas con $1{,}5 \cdot 10^{-6}$ culombios y $4{,}5 \cdot 10^{-6}$ culombios, respectivamente, se ponen en contacto. Determinar la carga final que tienen:*

a) *cuando las dos cargas son del mismo signo;*
b) *cuando son de signo contrario.*

Solución *a)* Si tienen el mismo signo, la carga que poseen después de juntar las esferas es la misma que tenían antes, pero redistribuida entre ellas (al unir las esferas pasará carga de la que tiene más potencial a la que tiene menor hasta igualarse los potenciales).

$$Q = q_1 + q_2 = (1{,}5 \cdot 10^{-6} + 4{,}5 \cdot 10^{-6})\,C = 6 \cdot 10^{-6}\,C$$

b) Si son de signo contrario, primero se neutralizan las cargas y luego el exceso de carga se distribuye por las dos hasta que se quedan al mismo potencial. La carga que se reparte es la diferencia de las cargas.

Si $q_1 = 1{,}5 \cdot 10^{-5}\,C$ y $q_2 = -4{,}5 \cdot 10^{-5}\,C$

$q = q_1 + q_2 = 1{,}5 \cdot 10^{-5} - 4{,}5 \cdot 10^{-5}\,C = -3 \cdot 10^{-5}\,C$

Si fueran de signo opuesto: $q = +3 \cdot 10^{-5}\,C$.

P-10.14. *Una esfera metálica de 72 cm de radio se carga negativamente con una carga de -10^{-6} culombios. Calcular:*

a) *el potencial de la esfera;*

b) *la capacidad de la esfera en microfaradios.*

Solución $V = k \cdot \dfrac{q}{r}; \quad C = \dfrac{q}{V}$

a) $$V = 9 \cdot 10^{9} \cdot \frac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot \frac{(-10^{-6})\,C}{0.72\ m} = -125\,000\ V$$

b) $$C = \frac{q}{V} = \frac{-10^{-6}\,C}{-125\,000\ V} = 8 \cdot 10^{-6}\ \mu F$$

P-10.15. *Calcular el radio de una esfera que tiene el potencial de 1 000 voltios, cuando su carga es de 1 000 uee de carga.*

Solución $V = k \cdot \dfrac{q}{r} \rightarrow r = \dfrac{k\,q}{V}$

$$r = \frac{9 \cdot 10^{9} \cdot \dfrac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot \dfrac{10^3}{3 \cdot 10^9}\,C}{1\,000\ V} = 3\ m$$

P-10.16. *Un cuerpo cargado con $3 \cdot 10^{-2}$ culombios alcanza un potencial de 60 voltios. Calcular su capacidad en microfaradios.*

Solución $$C = \frac{q}{V} = \frac{3 \cdot 10^{-2}\,C}{60\ V} = 5 \cdot 10^{-4}\,F = 500\ \mu F$$

P-10.17. *Calcular la carga de un condensador de 3 µF de capacidad, si se conecta con una batería de 500 voltios de tensión.*

Solución $q = C \cdot V; \quad q = 3\ \mu F \cdot 500\ V = 1\,500\ \mu C$

P-10.18. *Calcular la carga de una esfera de 20 cm de radio cuyo potencial es de 10 000 voltios.*

Solución $V = k \cdot \dfrac{q}{r}; \quad q = \dfrac{V \cdot r}{k}$

$$q = \frac{10\,000\ V \cdot 0{,}20\ m}{9 \cdot 10^{9} \dfrac{N \cdot m^2}{C^2}} = 0{,}22\ \mu C$$

P-10.19. *Calcular la superficie de las armaduras de un condensador plano con dieléctrico de vidrio de 1 mm de espesor, si su capacidad es de 2 μF y la constante dieléctrica del vidrio ε = 5.*

Solución $C = \varepsilon\,\varepsilon_0 \dfrac{S}{d}$; $S = \dfrac{C \cdot d}{\varepsilon\,\varepsilon_0}$

$$S = \frac{2 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{F} \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}}{5 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \dfrac{\mathrm{C^2}}{\mathrm{N \cdot m^2}}} = 45{,}197\ \mathrm{m^2}$$

P-10.20. *Si se asocian en paralelo 3 condensadores iguales al del ejercicio anterior, con un potencial entre sus extremos de 200 voltios. Calcular:*

a) *La capacidad de la batería.*
b) *La carga total de la batería.*
c) *La carga de cada condensador.*

Solución $C = 3C_1$; $q = q_1 + q_2 + q_3 = 3q_1 = V \cdot C$

a) $C = 3 \cdot C_1 = 3 \cdot 2\,\mu\mathrm{F} = 6\,\mu\mathrm{F}$

b) $q = V \cdot C = 200\,\mathrm{V} \cdot 6\,\mu\mathrm{F} = 1\,200\,\mu\mathrm{C}$

c) $q_1 = V \cdot C_1 = 200\,\mathrm{V} \cdot 2\,\mu\mathrm{F} = 400\,\mu\mathrm{C}$

$q_2 = V \cdot C_2 = 200\,\mathrm{V} \cdot 2\,\mu\mathrm{F} = 400\,\mu\mathrm{C}$

$q_3 = V \cdot C_3 = 200\,\mathrm{V} \cdot 2\,\mu\mathrm{F} = 400\,\mu\mathrm{C}$

Es decir, $q_1 = q_2 = q_3 = \dfrac{q}{3} = \dfrac{1\,200\,\mu\mathrm{C}}{3} = 400\,\mu\mathrm{C}$

P-10.21. *Un condensador de 20 μF se conecta a los bornes de una batería de 220 voltios. Calcular:*

a) *La carga que adquiere.*
b) *Si se colocan en serie dos condensadores iguales al dado y se conectan sus extremos a la tensión de 220 voltios, ¿qué carga tiene cada condensador?*

Solución $q = V \cdot C$

a) $q = 220\,\mathrm{V} \cdot 20\,\mu\mathrm{F} = 4\,400\,\mu\mathrm{C}$

b) $\dfrac{1}{C} = \dfrac{2}{C_1}$; $C = \dfrac{C_1}{2} = \dfrac{20\,\mu\mathrm{F}}{2} = 10\,\mu\mathrm{F}$

$q = V \cdot C = 220\,\mathrm{V} \cdot 10\,\mu\mathrm{F} = 2\,200\,\mu\mathrm{C}$

Al asociarse en serie, $q = q_1 = q_2 = 2\,200\,\mu\mathrm{C}$ es la carga de cada condensador.

P-10.22. *Un conductor tiene una carga de $+3 \cdot 10^{-7}$ culombios. Trasladamos una unidad electrostática de carga positiva desde un punto situado a 40 cm del conductor a otro situado a 5 cm. Calcular el trabajo que hemos de hacer.*

Solución $\mathscr{E}_a^b = q\,(V_a - V_b)$

$$V_a = k\frac{q}{d} = 9 \cdot 10^9 \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{C^2}} \cdot \frac{3 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{C}}{0{,}40\,\mathrm{m}} = 67{,}5 \cdot 10^2\,\mathrm{V} = 6\,750\ \mathrm{V}$$

$$V_b = 9 \cdot 10^9 \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{C^2}} \cdot \frac{3 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{C}}{0{,}05\,\mathrm{m}} = 54\,000\ \mathrm{V}$$

$\mathscr{E} = {}^1/_3 \cdot 10^{-6}\,\text{C}\ (6\,750 - 54\,000)\ \text{V} = -15{,}75 \cdot 10^{-3}\ \text{J}$

El trabajo es negativo porque se hace en contra del campo.

P-10.23. *En un punto de un campo eléctrico el potencial es de 9 000 voltios. Si la carga que crea el campo es de $2 \cdot 10^{-6}$ culombios. Calcular:*

a) *La distancia de ese punto a la carga.*
b) *La intensidad del campo en ese punto.*

Solución $V = k\dfrac{q}{d} \Rightarrow d = \dfrac{k \cdot q}{V}$

$$a)\quad d = \frac{9 \cdot 10^{9}\dfrac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot 2 \cdot 10^{-6}\ \text{V}}{9\,000\ \text{V}} = 2\ \text{m}$$

$$b)\quad E = k\frac{q}{d^2}\ ;\ E = 9 \cdot 10^{9}\frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6}\,\text{C}}{4\ \text{m}^2} = 4\,500\ \text{N/C}$$

P-10.24. *Si se carga la Tierra con un culombio, hallar el potencial que adquiere. Radio de la Tierra, $R = 6\,370$ km.*

Solución $V = \dfrac{q}{C} = k \cdot \dfrac{q}{r}\ ;\ V = 9 \cdot 10^{9}\dfrac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \dfrac{1\ \text{C}}{6{,}37 \cdot 10^{6}\ \text{m}} = 1\,412{,}88\ \text{V}$

P-10.25. *Un conductor esférico cargado de $1 \cdot 10^{-5}$ μF de capacidad posee un potencial de 0,1 voltios. Si descargamos ese conductor, ¿cuántos electrones pierde? Carga del electrón: $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ culombios.*

Solución $q = C \cdot V$

$q = 1 \cdot 10^{-5}\ \mu\text{F} \cdot 10^{-6}\ \text{F}/\mu\text{F} \cdot 0{,}1\ \text{V} = 10^{-12}\ \text{C}$

$$\text{n.° } e^- = \frac{q}{e} = \frac{10^{-12}\ \text{C}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C}/e^-} = 6{,}25 \cdot 10^{6}\ \text{electrones}$$

P-10.26. *Si la constante dieléctrica del vidrio respecto del vacío vale 5, ¿cuál es el valor absoluto de esa constante?*

Solución $\varepsilon = \dfrac{\varepsilon'_{ab}}{\varepsilon_0}$

ε = constante dieléctrica del vidrio respecto del vacío.

ε'_{ab} = constante absoluta del vidrio.

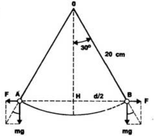
$$\varepsilon'_{abs} = \varepsilon \cdot \varepsilon_0 = 5 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \frac{\text{C}^2}{\text{N}\cdot\text{m}^2} = 44{,}25 \cdot 10^{-12}\ \frac{\text{C}^2}{\text{N}\cdot\text{m}^2}$$

P-10.27. *Dos péndulos eléctricos formados cada uno por una esfera de médula de saúco de 0,5 g, colgada de un hilo de seda de 20 cm de longitud, están en contacto suspendidas de un mismo punto. Electrizadas las esferitas, se separan formando un ángulo de 60°. Calcular la carga de cada una de las esferas.*

Solución En la figura:

$$F = mg\ \text{tg}\ 30° = k \cdot \frac{q \cdot q}{d^2} \rightarrow q = d\ \sqrt{\frac{mg \cdot \text{tg}\ 30°}{k}}$$

$$\frac{d}{2} = l \cdot \text{sen}\ 30° = 20\ \text{cm} \cdot 1/2 = 10\ \text{cm} \rightarrow d = 20\ \text{cm}$$



$$q = 0{,}20\ \text{m}\ \sqrt{\frac{0{,}5 \cdot 10^{-6}\ \text{kg} \cdot 10\ \text{m/s}^2 \cdot \sqrt{3}}{3 \cdot 9 \cdot 10^9\ \dfrac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}}} = 0{,}113\ \mu\text{C}$$

P-10.28. *Dos esferas metálicas del mismo tamaño tienen + 25 y — 15 uee de carga, respectivamente. Si sus centros distan 10 cm, ¿con qué fuerza se atraen?*
Si las ponemos en contacto y volvemos a separarlas 10 cm, ¿cuál es en este momento la fuerza entre ellas?

Solución $F = -k\ \dfrac{q \cdot q'}{d^2}$

a) $$F = -9 \cdot 10^9\ \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{\dfrac{25}{3 \cdot 10^9}\ \text{C} \cdot \dfrac{15}{3 \cdot 10^9}\ \text{C}}{0{,}10^2\ \text{m}^2} = -\frac{25 \cdot 15 \cdot 10^{-9}}{10^{-2}\ \text{m}^2}\ \text{N}$$

$$F = -375 \cdot 10^{-7}\ \text{N} = -3{,}75 \cdot 10^{-5}\ \text{N}$$

b) Al unirlas se neutralizan primeramente y luego el resto de la carga se reparte entre las dos esferas. Como tienen la misma capacidad, cada una tendrá de carga q/2, siendo q la suma algebraica de las cargas que tenían inicialmente:

$q = 25 + (-15) = 10\ \text{ee}_q.$

$$F = 9 \cdot 10^9\ \frac{\text{N}' \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{\dfrac{5}{3 \cdot 10^9}\ \text{C} \cdot \dfrac{5}{3 \cdot 10^9}\ \text{C}}{10^{-2}\ \text{m}^2} = \frac{2\ 500}{10^9}\ \text{N}$$

$$F = 2{,}5 \cdot 10^{-6}\ \text{N}$$

P-10.29. *Dos cargas eléctricas de + 40 uee de carga y — 10 uee de carga distan entre sí 15 cm. ¿En qué punto de la línea que las une será cero la intensidad del campo?*

Solución $\overline{AB} = 15$ cm. Sea C el punto en que $E = 0$ y que dista x cm de A, su distancia a B será $(15 + x)$ cm, porque el punto C no puede estar entre A y B, sino fuera.

$$E_1 = k \cdot \frac{q_1}{r_1^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{40\ C}{3 \cdot 10^9\ (x)^2\ 10^{-4}\ m^2}$$

$$E_2 = k \cdot \frac{q_2}{r_2^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{101\ C}{3 \cdot 10^9\ (15 + x)^2\ 10^{-4}\ m^2}$$

En el punto exterior de AB, donde $E = 0$, debe cumplirse que:

$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$; $E = E_1 - E_2 = 0.$ Por tanto:

$E_1 = E_2$ De aquí se deduce:

$$\frac{40}{x^2} = \frac{101}{(15 + x)^2} \rightarrow 61\ x^2 - 1\,200\ x - 9\,000 = 0 \quad ; \quad x = 25{,}47\ \text{cm}$$

P-10.30. *Dos esferas metálicas iguales que tienen $q_1 = 0{,}150\ \mu C$ y $q_2 = 150$ uee de carga, respectivamente se atraen con la fuerza de 0,5 g peso. Se ponen en contacto y, luego, se las separa a doble distancia de la primera. Hallar la fuerza con que se atraen o repelen en ese momento.*

Solución *a)* Distancia primitiva que las separa:

$$5 \cdot 10^{-4}\ \text{kp} \cdot 10\ \text{N/kp} = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot \frac{15 \cdot 10^{-8}\ C\ 5 \cdot 10^{-8}\ C}{d^2}$$

$$d = \sqrt{\frac{9 \cdot 15 \cdot 5 \cdot 10^{-7}\ m^2}{5 \cdot 10^{-3}}} = 1\,162\ \text{m}$$

b) Como las esferas son iguales, al juntarlas, las cargas se reparten por igual, ya que poseen la misma capacidad y así alcanzan el mismo potencial ambas esferas.

Por tanto:

$$q_1 = q_2 = \frac{q}{2} = \frac{20 \cdot 10^{-8}\ C}{2} = 10 \cdot 10^{-8}\ \mu C$$

$$F = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot \frac{(10 \cdot 10^{-11})^2\ C^2}{(2 \cdot 1\,162\ m)^2} = 1{,}67 \cdot 10^{-18}\ N$$

P-10.31. *Una esfera cargada se pone en contacto con otra igual pero sin carga. Cuando se las separa a 6 cm de distancia, se repelen con una fuerza de 9 dinas. Hallar la carga primitiva de la primera esfera.*

Solución Al unirlas, ambas esferas quedan cargadas con la mitad de la carga primitiva:

$$q_1 = q_2 = \frac{q}{2}$$

$$F = k\ \frac{q/2 \cdot q/2}{d^2}$$

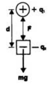
En unidades CGS tenemos:

$$9 \text{ dinas} = 1 \, \frac{\text{dina} \cdot \text{cm}^2}{(\text{ee}_q)^2} \cdot \frac{q^2}{4 \cdot 36 \text{ cm}^2} \rightarrow$$

$$q = \sqrt{9 \cdot 4 \cdot 36 \, (\text{ee}_q)^2} = 36 \text{ u ee}_q = 12 \cdot 10^{-3} \, \mu\text{C}$$

P-10.32. *Un cuerpo cargado con $q = -1{,}5 \cdot 10^{-3}$ µC tiene un peso de 10 g. Hallar la distancia en vertical a que se debe colocar otro cuerpo cargado con + 106 uee de carga, para que el primero no caiga al suelo.*

Solución La fuerza de atracción entre las cargas $+ q_1$ y $- q_2$ a la distancia *d* debe ser igual al peso del cuerpo:



$$k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{d^2} = mg \rightarrow d = \sqrt{\frac{k \, q_1 \cdot q_2}{mg}}$$

$$d = \frac{9 \cdot 10^9 \, \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{10^6}{3 \cdot 10^9} \text{ C} \cdot 1{,}5 \quad 10^{-9} \text{ C}}{10 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2} = 0{,}67 \text{ m}$$

P-10.33. *Para trasladar* una carga positiva de + 5 uee de carga, desde el punto B de un campo de 8 uee de potencial a otro punto A, se realiza el trabajo de 30 julios. Hallar el potencial en A.*

Solución $\mathscr{T} = q \, (V_B - V_A)$

$$30 \text{ erg} = 5 \text{ uee}_q \, (8 - V_A) \rightarrow V_A = 2 \text{ uee}_v = 2 \text{ uee}_v \cdot 300 \text{ V/uee} = 600 \text{ V}$$

P-10.34. *Una esfera A de 5 cm de radio está cargada con un potencial de 4 uee de potencial. Otra esfera B, de radio 6 cm, tiene una carga de 30 uee de carga. Calcular:*

Solución

a) *La carga de la primera en µC y el potencial de la segunda en voltios.*

b) *Se ponen en contacto las dos esferas y luego se separan. Determinar el potencial en este momento de las esferas y la carga que posee cada una.*

a) $V = k \cdot \frac{q_1}{r_1}$; $q_1 = \frac{V \cdot r_1}{k}$

$$q_1 = \frac{4 \cdot 300 \text{ V} \cdot 0{,}05 \text{ m}}{9 \cdot 10^9 \, \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}} = 6{,}67 \cdot 10^{-9} \text{ C} = 6{,}67 \cdot 10^{-3} \, \mu\text{C}$$

$$V_2 = k \, \frac{q}{r'} = 9 \cdot 10^9 \, \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{30 \text{ C}}{3 \cdot 10^9 \cdot 0{,}06 \text{ m}} = 1\,500 \text{ V}$$

b) Puestas en contacto las esferas pasará carga eléctrica de la que tiene más potencial a la que tiene menos; en este caso de la segunda a la primera, hasta que las dos alcancen el mismo potencial. Sea éste V', y q'_1 y q'_2 las dos nuevas cargas:

$$V' = k \, \frac{q'_1}{r_1} = k \, \frac{q'_2}{r_2} \rightarrow \frac{q'_1}{r_1} = \frac{q'_2}{r_2}$$

Además, $q'_1 + q'_2 =$ carga primitiva, pues no se ha creado ni perdido carga al unir las esferas.

$$q'_1 + q'_2 = 6{,}67 \cdot 10^{-9}\ C + 10^{-8}\ C = 16{,}67 \cdot 10^{-9}\ C$$

Luego: $$\frac{q'_1}{0{,}05} = \frac{16{,}67 \cdot 10^{-9} - q'_1}{0{,}06} \rightarrow q'_1 = 7{,}58 \cdot 10^{-9}\ \mu C$$

y $q'_2 = 9{,}09 \cdot 10^{-9}\ \mu C$

Finalmente, $$V' = k\,\frac{q'_1}{r_1} = 9 \cdot 10^{9}\,\frac{7{,}58 \cdot 10^{-9}}{0{,}05} = 1\,364{,}4\ V$$

CORRIENTE ELECTRICA 11

C-11.1. *¿Qué es un generador eléctrico? Una pila, una dínamo, ¿crean electricidad, crean energía?*

Solución Generador eléctrico es un dispositivo que transforma la energía mecánica, térmica, lumínica o química en energía eléctrica.

La pila libera energía eléctrica a expensas de la energía química proveniente de la tensión de disolución de los electrodos.

La dínamo produce corriente eléctrica por la variación de flujo magnético creado en el trabajo de rotación.

Estos dispositivos no crean electricidad, sino corriente eléctrica, debido a la diferencia de potencial entre los electrodos o entre los bornes (dínamo) producida a expensas de la energía, y un campo eléctrico en el conductor que es el que mueve los electrones.

C-11.2. a) *¿Es lo mismo velocidad de la corriente o del campo eléctrico que velocidad de los electrones en el conductor?*

b) *¿Cuál es el sentido de la corriente eléctrica en un circuito y cuál el de los electrones?*

Solución *a)* La velocidad de la "corriente" o del campo eléctrico es de 300 000 km/s (la de la luz); pero la velocidad de los electrones es, aproximadamente, de 1 m/h, y es proporcional a la intensidad del campo.

b) Convencionalmente, la corriente eléctrica va por el circuito exterior del polo positivo al negativo, mientras que los electrones se mueven del polo negativo hacia el positivo. Este flujo de electrones a través del conductor metálico o electrolítico es lo que constituye la corriente eléctrica.

C-11.3. *Indicar razonadamente cuáles son ciertas entre las afirmaciones siguientes:*

— *Un generador eléctrico crea electricidad.*
— *Un generador eléctrico produce cargas eléctricas.*
— *Un generador produce una corriente de electrones.*

Solución *a)* Un generador no crea electricidad ni cargas eléctricas, puesto que ya existen en los conductores.

La conductividad de los metales se debe precisamente a la existencia de electrones libres en la malla metálica. Estos electrones provienen de los electrones de valencia del metal.

b) Al unir los extremos del conductor a los bornes de un generador (pila, dínamo, acumulador) se produce un campo eléctrico en el conductor que arrastra a los electrones en sentido contrario al campo, con una velocidad constante, aproximadamente, a pesar de que la fuerza del campo $F = -E \cdot e$ sea constante, como consecuencia de los choques de los electrones con los átomos, iones e impurezas del metal.

C-11.4. *¿Por qué a los pájaros que se posan en los cables de alta tensión no les pasa nada y un obrero que toca el cable queda electrocutado?*

Solución Cuando el obrero toca un cable de alta tensión sufre una descarga de electrones a través de su cuerpo porque hace de conductor entre el hilo —con alto voltaje— y el suelo (de potencial nulo) y se carboniza por efecto de la mucha energía que le atraviesa.

Los pájaros no "unen puntos de diferente potencial" y no experimentan descarga a su través: la corriente se propaga mejor por el cable que por el ave.

C-11.5. *Si aplicamos a una resistencia una Fem creciente, ¿qué ocurre con la intensidad de la corriente? ¿Qué ocurre con el valor de la resistencia?*

Solución Por la ley de Ohm, para una resistencia fija, si aumenta la f. e. m. del circuito aumenta proporcionalmente la intensidad de la corriente:

$$I = \frac{E}{\Sigma R}$$

La resistencia del conductor aumenta con la temperatura que adquiere.

Como por el efecto Joule todo conductor se calienta al paso de la corriente eléctrica, la resistencia aumenta con el tiempo a consecuencia de la temperatura que adquiere:

$$R = R_0 \ (1 + \alpha t + \beta t^2)$$

Luego la intensidad no aumentará de igual manera al principio que después de circular bastante tiempo, a menos que se utilicen resistencias de aleaciones que apenas varían con el calor, como el constantán.

C-11.6. *Si una lámpara de 130 voltios la ponemos en una instalación de 220 V, se funde; ¿por qué?*

Solución Porque al aplicar una tensión de 220 V en los extremos de una resistencia R, pasa una intensidad mucho mayor que si le aplicamos una tensión de 130 V $\left(I = \frac{V}{R}\right)$

Como consecuencia de esta elevada intensidad el calor que se desprende (efecto Joule) es a su vez mucho mayor y el hilo se funde, pues está calculada su resistencia para una tensión de 130 V y, en consecuencia, para una intensidad mucho menor.

C-11.7. *El contador de electricidad, ¿qué señala: la intensidad, la potencia, el voltaje o la energía eléctrica gastada? ¿En qué unidades?*

Solución El contador de electricidad mide la energía gastada; suele estar calibrado en kilovatios hora.

C-11.8. *Tienes a tu disposición una fuente de corriente continua variable a voluntad, un amperímetro, un voltímetro y una resistencia. Indica en un esquema cómo colocarías esos elementos para comprobar la ley de Ohm.*

Solución El voltímetro, puesto en derivación, mide la diferencia de potencial entre los bornes del generador y el amperímetro, en serie, mide la corriente del circuito.

C-11.9. a) *La fuerza electromotriz del generador no es ninguna fuerza. ¿Por qué?*
b) *¿Por qué se mide en voltios?*

Solución *a)* La fuerza electromotriz no es una fuerza mecánica, sino el cociente entre una energía y la carga eléctrica $\varepsilon = \frac{W}{q}$; energía necesaria para transportar por el circuito la unidad de carga eléctrica.

b) Por ser cociente entre energía/carga tiene las mismas dimensiones que el potencial:

$$V_{ab} = \frac{W}{q}$$

y ambos se miden en voltios.

C-11.10. *Enuncia y expresa la ley de Joule, e indica las unidades de sus magnitudes.*

Solución "El calor que se desprende en un conductor es directamente proporcional al cuadrado de la intensidad de la corriente que lo atraviesa, a la resistencia del conductor y al tiempo."

$$Q = RI^2t \cdot 0{,}24$$

La intensidad se mide en amperios, la resistencia en ohmnios y el tiempo en segundos. El producto de amperios al cuadrado por ohmios y por segundos, son julios.

C-11.11. *Razonar la diferencia que hay entre "circuito abierto" y "circuito cerrado".*

Solución Circuito abierto es lo mismo que circuito de corriente interrumpido. Por él no hay corriente eléctrica, aunque cuente con generador.
El circuito cerrado posee corriente eléctrica porque no está cortado o interrumpido en ningún punto.
Para cerrar o abrir los circuitos que unen los receptores (puntos de luz, motores, etc.) se "dan" los interruptores o llaves del circuito.

C-11.12. *¿Qué diferencia hay entre Fem y diferencia de potencial?*

Solución Aunque ambas magnitudes se miden en voltios, no son iguales.
La f.e.m. es propia del generador y a sus expensas se crea la diferencia de potencial. La f.e.m. mide la energía que se gasta en el generador para transportar la unidad de cantidad de electricidad a través de todo el circuito.
La diferencia de potencial mide la caída o disminución del potencial entre dos puntos del circuito y equivale al trabajo que hay que hacer para transportar entre ellos la unidad de cantidad de electricidad.

$$\varepsilon = (R + r)\,I\,; \quad V_a - V_b = RI$$

C-11.13. *¿Qué relación existe entre la resistencia de un coductor y su sección?*

Solución $$R = \rho \frac{l}{s}$$

La resistencia disminuye al aumentar la sección; y aumenta cuando ésta disminuye. Son inversamente proporcionales.

C-11.14. *Define la constante de resistividad, ro (ρ), de un conductor que aparece en la fórmula de la resistencia.*

Solución La resistividad de un conductor, $\rho = \frac{R \cdot s}{l}$, es la resistencia que ofrece un conductor de longitud y sección unidad. Se mide en $\Omega \cdot$ cm; y también, frecuentemente, en $\mu\Omega \cdot$ cm.

$$\rho = R\,\Omega \frac{cm^2}{cm} = R\,\Omega \cdot cm$$

C-11.15. *Te dicen que la intensidad de una corriente es de 2 amperios-hora, ¿es esto posible?*

Solución El amperio-hora es una unidad práctica de cantidad de electricidad, no de intensidad.

$1\ A \cdot h = 1\ A \cdot 3\,600\ s = 3\,600$ culombios

C-11.16. *Explica el significado de las expresiones:*

Solución a) *"Caída de voltaje o potencial" a lo largo del cable.*

b) *"Pérdida de potencia en los cables".*

a) "Caída de potencial" en un conductor es la disminución de potencial o tensión eléctrica a lo largo del mismo tanto mayor cuanto más elevada sea la resistencia que presente al movimiento de los electrones a través del mismo.

Por eso si, en el caso ideal, el conductor no presentara resistencia alguna, la disminución o caída del potencial a lo largo del mismo sería nula y la corriente se mantendría indefinidamente sin necesidad de generador.

$$V_a - V_b = R''I$$

b) La "pérdida de potencia" en los cables es el calor que se desprende por segundo, por el efecto Joule. Es función de la resistencia que tengan, pero, más aún, de la intensidad de la corriente que los atraviesan.

$$P = RI^2 = (V_a - V_b)\ I$$

La pérdida de potencia está también relacionada con la caída de potencial entre dos puntos; cuanto mayor sea ésta, mayor es la energía por segundo que se disipa en forma de calor.

PROBLEMAS DE APLICACION

P-11.1. *A la salida de un generador, la tensión es de 20 000 V y la corriente que circula por los hilos de R = 0,01 Ω es de 50 A. Calcular:*

Solución a) *La caída de tensión en los cables.*

b) *La potencia perdida en los mismos.*

$$V_{ab} = RI\ (1) \quad ; \quad P = RI^2\ (2)$$

a) $V_{ab} = 0{,}01\ \Omega \cdot 50\ A = 0{,}5\ V$ es la caída de tensión en los cables.

b) $P = 0{,}01\ \Omega \cdot 50^2\ A^2 = 25\ W = 0{,}025\ kW$ es la potencia perdida, que representa, en calorías:

$$Q = 25\ J/s \cdot 0{,}24\ cal/J = 6\ cal/s$$

P-11.2. *En una red de 240 V de tensión se instalan una lámpara de 100 vatios y una estufa de 10 kW. Calcular la resistencia de la lámpara y del calentador.*

Solución

$$\left.\begin{array}{l} P = VI\ (1) \\ V = RI\ (2) \end{array}\right\} \rightarrow P = \frac{V^2}{R}$$

a) $$100\ W = \frac{(240\ V)^2}{R} \rightarrow R = 576\ \Omega$$

b) $1\,000\ \text{W} = \dfrac{(240\ \text{V})^2}{\text{R'}} \rightarrow \text{R'} = 5{,}76\ \Omega$

P-11.3. *Hallar la caída del voltaje y la potencia perdida en unos alambres de 0,01 Ω de resistencia, al transportar la corriente desde un generador de 220 V de diferencia de potencial a un pueblo que gasta 1 000 kW.*

Solución De $\text{P} = \text{V} \cdot \text{I}$ $\quad \text{I} = \dfrac{\text{P}}{\text{V}}$ (1); $\text{V}_{\text{ab}} = \text{RI}$ (2); $\text{P} = \text{RI}^2$ (3)

a) De (1): $\text{I} = \dfrac{1\,000\,000\ \text{W}}{220\ \text{V}} = 4\,545{,}45\ \text{A}$ es la intensidad de corriente en la línea.

Según (2): $\text{V}_{\text{ab}} = 0{,}01\ \Omega \cdot 4\,545{,}45\ \text{A} = 45{,}45\ \text{V}$, caída de potencial en los cables.

b) Potencia que se pierde en los cables:

$\text{P} = \text{RI}^2 = 0{,}01\ \Omega\,(4\,545{,}45)^2 = 206{,}61\ \text{kW}$.

que representa una pérdida, en forma de calor de:

$\text{Q} = 206\,611\ \text{J/s} \cdot 0{,}24\ \text{cal/J} = 49\,586{,}64\ \text{cal/s}$

Esta gran pérdida de potencia, casi la cuarta parte de la que produce el generador, explica por qué se transporta la corriente a tensión elevada para que la intensidad sea menor, y también el calor que se disipa en el camino.

P-11.4. *Un cazo eléctrico lleva la indicación: "125 V, 400 W". Calcular:*

a) *su resistencia;*
b) *las calorías que desprende en media hora.*

Solución $\text{P} = \text{VI}$ (1); $\text{V} = \text{RI}$ (2) $\qquad \text{R} = \dfrac{\text{V}^2}{\text{R}}$ (3)

a) $\text{R} = \dfrac{(125\ \text{V})^2}{400\ \text{W}} = 39{,}1\ \Omega$

b) $\text{Q} = \text{P} \cdot \text{t} \cdot 0{,}24\ \text{cal/J}$

$\text{Q} = 400\ \text{W} \cdot 1\,800\ \text{s} \cdot 0{,}24\ \text{cal/J} = 172\,800\ \text{cal}$

P-11.5. *La tensión de la línea es de 250 voltios. Si enciendes en la casa dos bombillas de 100 W y 4 de 50 W. Calcula:*

a) *la potencia gastada;*
b) *el coste del gasto de corriente durante 6 horas, si el kW · h cuesta 3 pta.*
c) *la resistencia de una lámpara de 100 W.*

Solución *a)* Potencia total:

$2 \cdot 100\ \text{W} + 4 \cdot 50\ \text{W} = 400\ \text{W} = 400\ \text{J/s}$

b) Energía gastada en 6 h:

$0{,}400\ \text{kW} \cdot 6\ \text{h} = 2{,}4\ \text{kW} \cdot \text{h}$

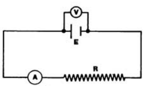
Coste = 2,4 kW · h · 3 pta/kW · h = 7,2 pta.

c) $P = VI \rightarrow I = \dfrac{P}{V}$

$$I = \frac{100 \text{ W}}{250 \text{ V}} = 0{,}4 \text{ A}; \ V = RI; \ R = \frac{V}{I} \qquad R = \frac{250 \text{ V}}{0{,}4 \text{ A}} = 625 \ \Omega$$

P-11.6. *Dibujar un circuito eléctrico que lleve un amperímetro para medir la intensidad de corriente en el circuito; un voltímetro que mida la d. de p. en los bornes de un generador; una pila y una resistencia exterior.*

Solución



P-11.7. *Un hornillo eléctrico calienta 500 cm³ de agua de 10° C a 100° C en 10 minutos. ¿Qué potencia se necesita?*

Solución $P = \dfrac{\mathscr{E}}{t} \rightarrow \mathscr{E} = P \cdot t; \ Q = m \cdot c_e \cdot \Delta t$

$Q = 500 \text{ g} \cdot 1 \text{ cal/g °C} \cdot (100 - 10)° \text{C} = 45\,000 \text{ cal}$

$$\mathscr{E} = \frac{Q}{0{,}24 \text{ cal/J}} = P \cdot t \rightarrow P = \frac{Q}{0{,}24 \cdot t} = \frac{45\,000 \text{ J}}{0{,}24 \cdot 10 \cdot 60 \text{ s}} = 312{,}5 \text{ W}$$

P-11.8. *Un hornillo eléctrico que gasta 5 amperios a la tensión de 120 voltios, tarda 25 minutos en elevar un litro de agua de 10° C a 100° C. Hallar el rendimiento del hornillo.*

Solución Energía gastada para calentar el agua: $Q = m \cdot c_e \cdot \Delta t$

$Q = 1\,000 \text{ g} \cdot 1 \text{ cal/g°C} (100 - 10) \text{ °C} = 90\,000 \text{ cal}$

Energía tomada de la red para calentar el agua:

$\mathscr{E} = P \cdot t = VI. \ t = 120 \text{ V} \cdot 5\text{A} \cdot 25 \cdot 60 \text{ s} = 900\,000 \text{ J}$

Es decir, en calor: $Q' = 900\,000 \text{ J} \cdot 0{,}24 \text{ cal/J} = 216\,000 \text{ cal}$

Rendimiento:

$$\rho = \frac{\text{energía utilizada (gastada)}}{\text{energía que suministra la red}} = \frac{Q}{Q'}$$

$$\rho = \frac{90\,000 \text{ cal}}{216\,000 \text{ cal}} = 0{,}42 = 42\ \%$$

P-11.9. *Hallar en kW-hora el gasto de energía de una bombilla de 250 Ω de resistencia, cuando pasa por ella una intensidad de 0,5 A durante hora y media.*

Solución Potencia de la bombilla:

$P = RI^2 = 250 \ \Omega \cdot (0{,}5 \text{ A})^2 = 62{,}5 \text{ W} = 0{,}0625 \text{ kW}$

Energía gastada en 1,5 h:

$E = 0{,}0625\ \text{kW} \cdot 1{,}5 = 0{,}094\ \text{kW} \cdot \text{h}$

P-11.10. *En una resistencia de 30 Ω se desprenden 21,6 kcal en 30 segundos. Calcular la intensidad de la corriente.*

Solución $Q = RI^2 t \cdot 0{,}24 \rightarrow I = \sqrt{\dfrac{Q}{R \cdot t \cdot 0{,}24}}$

$$I = \sqrt{\frac{2\ 1600\ \text{cal}}{30\ \Omega \cdot 30\ \text{s} \cdot 0{,}24\ \text{cal/J}}} = 10\ \text{A}$$

P-11.11. *La resistencia de un cable eléctrico es de 3 Ω. Calcular la resistencia de otro cable del mismo metal que tiene doble longitud que el primero y el diámetro de su sección es la mitad de la del primero.*

Solución $R = \rho \cdot \dfrac{l}{s}$ (1) $R = \rho \cdot \dfrac{l}{\pi \dfrac{d^2}{4}}$; (2) $R' = \rho \cdot \dfrac{2l}{\pi \dfrac{d^2}{16}}$

Dividimos (1) y (2) m. a m. y resulta:

$\dfrac{R}{R'} = \dfrac{1}{8} \rightarrow R' = 8 \cdot R$. Es decir:

$R' = 8 \cdot 3\ \Omega = 24\ \Omega$

P-11.12. a) *Tenemos dos bombillas, una de 100 vatios y la otra de 60 vatios, y ambas de 125 voltios, montados en derivación. Calcular sus resistencias respectivas.*

b) *Si las conectamos en serie, con la misma tensión de 125 V, ¿cuál será la intensidad de la corriente que la atraviesa, y la caída de tensión en cada lámpara? ¿Cuál alumbrará más?*

Solución *a)* $P = VI$; $P = RI^2 \rightarrow R = \dfrac{V^2}{P}$

$R_1 = \dfrac{(125\ \text{V})^2}{100\ \text{W}} = 156{,}25\ \Omega$; $R_2 = \dfrac{(125\ \text{V})^2}{60\ \text{W}} = 260{,}42\ \Omega$

Resistencia equivalente de la instalación:

$\dfrac{1}{R} = \dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} \rightarrow R = \dfrac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$;

$$R = \frac{(156{,}25 \cdot 260{,}42)\ \Omega^2}{(156{,}25 + 260{,}42)\ \Omega} = 97{,}6\ \Omega$$

b) $R = R_1 + R_2 = 416{,}67\ \Omega$. $I = \dfrac{V_{ab}}{R} = \dfrac{125\ \text{V}}{416{,}67\ \Omega} = 0{,}3\ \text{A}$

$125\ \text{V} = R_1 I + R_2 I$; $R_1 I = 156{,}25 \cdot 0{,}3 = 46{,}875\ \text{V}$, caída en la primera.

$R_2 I = 260{,}42 \cdot 0{,}3 = 78{,}126\ \text{V}$, caída en la segunda.

Alumbrará más la segunda porque la intensidad es la misma en las dos, pero la resistencia no; y a más resistencia, más calor (cuando están en serie).

P-11.13. a) *Un aparato funciona con una tensión de 80 V. Si lo queremos conectar a la tensión de 120 V, ¿qué resistencia hemos de poner para que el aparato funcione a su tensión normal con una intensidad de 2 amperios?*

b) *¿Qué potencia en vatios consume la resistencia?*

c) *¿Qué potencia en C.V. gasta el aparato?*

Solución *a)* Hemos de poner una resistencia R en serie con la lámpara de modo que la suma de las caídas de tensión en la resistencia y en la lámpara valgan la de la red, 120 V. Sea I la intensidad del circuito.

$$120\ \text{V} = \text{RI} + 80\ \text{V} \rightarrow \text{R} = \frac{(120 - 80)\ \text{V}}{\text{I}} = \frac{40\ \text{V}}{2\ \text{A}} = 20\ \Omega$$

b) $\text{P} = \text{R}\,\text{I}^2 = 20\ \Omega \cdot 4\ \text{A}^2 = 80\ \text{W}$

c) $\text{P}' = 80\ \text{V} \cdot 2\ \text{A} = 160\ \text{W} = \dfrac{160\ \text{W}}{735\ \text{W/C.V.}} = 0{,}22\ \text{C.V.}$

P-11.14. *Una resistencia gasta una potencia de 600 vatios y funciona a una tensión de 220 voltios. Calcular:*

a) *La intensidad de la corriente.*

b) *La resistencia de la estufa.*

c) *La potencia que tendría la estufa eléctrica si funcionara a 110 voltios.*

Solución *a)* $\text{P} = \text{V}_{ab} \cdot \text{I} \rightarrow \text{I} = \dfrac{\text{P}}{\text{V}_{ab}} = \dfrac{600\ \text{W}}{220\ \text{V}} = 2{,}73\ \text{A}$

b) $\text{P} = \text{V}_{ab} \cdot \text{I} = \text{R} \cdot \text{I}^2 = \dfrac{\text{V}_{ab}^2}{\text{R}} \rightarrow \text{R} = \dfrac{\text{V}_{ab}^2}{\text{P}} = \dfrac{(220\ \text{V})^2}{600\ \text{W}} = 80{,}67\ \Omega$

c) $\text{P} = \dfrac{\text{V}'^2_{ab}}{\text{R}} = \dfrac{(110\ \text{V})^2}{80{,}67\ \Omega} = 150\ \text{W}$

P-11.15. *Una bombilla lleva la indicación: 220 voltios y 100 vatios.*
Deducir de estas indicaciones:

a) *La intensidad de la corriente que tiene la bombilla cuando funciona normalmente.*

b) *La resistencia que ofrece el filamento de la bombilla.*

c) *El gasto mensual de la bombilla si está encendida 4 horas al día y el kilovatio-hora cuesta 2,50 pesetas.*

Solución *a)* $\text{P} = \text{V}_{ab} \cdot \text{I} \rightarrow \text{I} = \dfrac{\text{P}}{\text{V}_{ab}} = \dfrac{100\ \text{W}}{220\ \text{V}} = 0{,}45\ \text{A}$

b) $\text{P} = \dfrac{\text{V}_{ba}^2}{\text{R}} \rightarrow \text{R} = \dfrac{\text{V}_{ab}^2}{\text{P}} = \dfrac{(220\ \text{V})^2}{100\ \text{W}} = 484\ \Omega$

c) $\mathscr{E} = \text{P} \cdot \text{t} \rightarrow \quad \mathscr{E} = 100\ \text{W} \cdot 4\ \text{h} = 0{,}1\ \text{kW} \cdot 4\ \text{h} = 0{,}4\ \text{kW} \cdot \text{h}$

Coste $= 0{,}4\ \text{kW} \cdot \text{h} \cdot 2{,}50\ \text{pta/kW} \cdot \text{h} = 1\ \text{pta.}$

P-11.16. a) *Un hilo de hierro se instala en un circuito con la tensión de 120 voltios y es recorrido por una intensidad de 3 amperios. Calcular la longitud del hilo si la resistividad del hierro es de $\rho = 10\ \mu\Omega\text{-cm}$ y su sección es de $0{,}005\ \text{cm}^2$.*

b) *¿Cuál es la potencia de la corriente?*
c) *Si el hilo funciona durante hora y media con esa corriente, calcular el coste si el kilovatio-hora vala 3 pesetas.*
d) *¿Qué calor se desprende en ese tiempo?*

Solución *a)* $R = \dfrac{V_{ab}}{I} = \rho \cdot \dfrac{l}{S} \rightarrow l = \dfrac{R \cdot S}{\rho} = \dfrac{V_{ab} \cdot S}{I \rho}$

$$l = \frac{120\ V \cdot 0{,}005\ cm^2}{3\ A \cdot 10 \cdot 10^{-6}\ \Omega \cdot cm} = 2 \cdot 10^4\ cm = 200\ m$$

b) $P = V_{ab} \cdot I = 120\ V \cdot 3\ A = 360\ W$

c) $\mathscr{E} = P \cdot t = 0{,}360\ kW \cdot 1{,}5\ h = 0{,}54\ kW \cdot h$

Coste $= 0{,}54\ kW \cdot h \cdot 3\ pta/kW \cdot h = 1{,}62$ pta.

d) $Q = P \cdot t \cdot 0{,}24 = 360\ W \cdot 1{,}5\ h \cdot 3\,600\ s/h \cdot 0{,}24\ cal/J = 466\,560$ cal.

P-11.17. *Una resistencia se instala en un circuito a una tensión de 220 voltios. Calcular:*

a) *El valor de la resistencia si la atraviesa una corriente de 10 amperios.*
b) *El tiempo que debe estar sumergida en un calorímetro que contiene un litro de agua a 15° C para que se eleve la temperatura a 40° C.*
c) *Los culombios que se gastan en calentar el agua.*

Solución *a)* $V_{ab} = RI \rightarrow R = \dfrac{V_{ab}}{I} = \dfrac{220\ V}{10\ A} = 22\ \Omega$

b) $\left.\begin{array}{l} Q = m \cdot c_e\ \Delta t \\ Q = RI^2 \cdot t \cdot 0{,}24 \end{array}\right\} \rightarrow RI^2 t \cdot 0{,}24 = m \cdot c_e \cdot \Delta t$

De donde $t = \dfrac{m \cdot c_e \cdot \Delta t}{RI^2 \cdot 0{,}24} = \dfrac{1\,000\ g \cdot 1\ cal/g\,°C \cdot (40 - 15)°\ C}{22\ \Omega \cdot 10^2\ A^2 \cdot 0{,}24\ cal/J} = 47{,}35$ segundos

c) $q = I \cdot t \rightarrow q = 10\ A \cdot 47{,}35\ s = 473{,}5$ culombios.

P-11.18. *Un generador produce una corriente de 15 A a una tensión de 120 voltios. Calcular la potencia útil del generador en kilovatios y en C. V.*

Solución $P = V_{ab} \cdot I;\ P = 120\ V \cdot 15\ A = 1\,800\ W$

$P = 1\,800\ W = 1{,}800\ kW$

$$P = \frac{1\,800\ W}{735\ W/C.V.} = 2{,}45\ C.V.$$

P-11.19. *Un motor de 4 C.V. se conecta a una tensión de 220 voltios. Hallar la intensidad de la corriente que pasa por el motor si el rendimiento del motor es de 90 por 100.*

Solución $P = V_{ab} \cdot I;\ \ 4\ C.V. = 4\ C.V. \cdot 735\ W/C.V. = 2\,940\ W$

$$I = \frac{P}{V_{ab}} = \frac{2\,940\ W}{220\ V} \cdot \frac{100}{90} = 14{,}85\ A$$

P-11.20. *Se sabe que un alambre de níquel de 1 500 m y de 2 mm de diámetro tiene una resistencia de 60,15 ohmios. Calcular la resistencia que ofrece un alambre de 200 m de níquel y 0,125 mm de diámetro.*

Solución

$$\left.\begin{array}{l} R_1 = \rho \dfrac{l_1}{S_1} \\ R_2 = \rho \dfrac{l_2}{S_2} \end{array}\right\} \rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{l_1}{l_2} \cdot \frac{S_2}{S_1} \rightarrow R_2 = \frac{R_1 \cdot l_2 \cdot S_1}{l_1 \cdot S_2}$$

$$R_2 = \frac{60{,}15\ \Omega \cdot 200\ \mathrm{m} \cdot (0{,}2\ \mathrm{cm})^2}{1\,500\ \mathrm{m} \cdot (1{,}25 \cdot 10^{-2})^2\ \mathrm{cm}^2} = 2\,005\ \Omega$$

ELECTROMAGNETISMO 12

C-12.1. *Una verja de hierro está imantada: si la imantación se debe al campo magnético terrestre, ¿qué polo figura en la parte superior de la verja?*
Suponemos que se trata de un punto de España.

Solución Las líneas de fuerza del magnetismo terrestre van dirigidas hacia abajo en el hemisferio Norte. La verja ha recibido las líneas de fuerza por arriba y presenta en esa parte un polo sur.

Un martillo está frecuentemente imantado; después de usarlo bastante claveteando un piso de madera, por ejemplo, presenta un polo sur (negativo) del lado de las orejas.

C-12.2. a) *Puesto que las líneas de fuerza, en rigor, no existen, ¿cómo se explica la alineación de las limaduras de hierro en un campo magnético?*
b) *¿Por qué no pueden cortarse dos líneas de fuerza en un punto?*

Solución *a)* El primer granito de limadura se imanta por inducción colocándose de modo que su polo sur esté frente al polo norte del imán. El segundo trozo de hierro se imanta y se orienta como el primero colocándose a continuación; además, cada limadura experimenta la atracción de los dos polos modificando la posición de los imanes sometidos a las dos acciones.

b) Si se cortaran dos líneas de fuerza en un mismo punto, en él el campo magnético tendría dos valores diferentes en módulo, dirección y sentido, por lo que la brújula tendría que tomar —a la vez— dos direcciones y sentidos diferentes, lo que es imposible.

C-12.3. *¿Tiene algo que ver el giro de los electrones en torno al núcleo, con las propiedades magnéticas de la materia?*

Solución Sí, porque los electrones dan origen a pequeñas corrientes cuando giran alrededor del núcleo y toda corriente eléctrica produce un campo magnético. De igual modo, el giro del electrón sobre su propio eje (spin) crea un momento angular que da origen al carácter magnético del electrón, de signo diferente según el sentido del giro.

C-12.4. *Indica algunas diferencias entre el campo eléctrico y el campo magnético.*

Solución El campo eléctrico y el campo magnético son campos de fuerzas o vectoriales porque en cada punto existe un vector que mide la intensidad del campo. Pero el campo eléctrico es conservativo (el trabajo que realiza el campo para trasladar la carga unidad de un punto a otro sólo depende de los estados inicial y final, pero no del camino seguido en el desplazamiento), mientras que el magnético no lo es, pues la energía que se gasta en los desplazamientos varía con la trayectoria que se siga.

El campo eléctrico está unido a las partículas cargadas en reposo y es inseparable de ellas.

El campo magnético actúa sobre las cargas eléctricas que se desplazan en su seno; pero no afecta a las partículas con carga que están estacionadas en él. Un campo eléctrico variable crea un campo magnético también variable, y éste —a su vez— da origen a otro campo eléctrico variable.

C-12.5. *Si se coloca en órbita, no muy distante de la Tierra, una corona circular de agujas eléctricamente cargadas, ¿ejercerán algún efecto sobre la tierra?*

Daría lugar a una alteración del campo magnético terrestre, al menos en algunos lugares, ya que esas agujas se moverían junto con la Tierra y producirían el efecto de una corriente circular en torno a la Tierra, que daría origen a un campo magnético; dicho campo produciría con el campo magnético terrestre una resultante que diferiría del valor de este último.

Donde más se notaría el efecto sería en las comunicaciones radio-eléctricas (radio y TV).

C-12.6. *¿Qué ocurre entre dos conductores paralelos, recorridos por corrientes del mismo o de diferente sentido?*

Solución Si las corrientes son del mismo sentido se curvan hacia adentro por las fuerzas atractivas que el campo magnético de la corriente de un conductor producen en el otro.

Si son de sentido contrario, los hilos se curvan hacia afuera, pues las fuerzas que en este caso crean los campos magnéticos de los conductores, el uno sobre el otro, son opuestas y dirigidas hacia afuera.

"Dos corrientes paralelas del mismo sentido se atraen. Dos corrientes paralelas de sentido contrario se repelen." El valor (módulo) de estas fuerzas es $F = Bil$.

C-12.7. *¿Define el amperio como unidad fundamental de electricidad?*

Solución En el fenómeno de la cuestión (12-6) se basa la definición del Amperio en el Sistema Internacional:

"El Amperio es la intensidad de una corriente eléctrica constante que, mantenida en dos conductores paralelos, rectilíneos, de longitud infinita, de sección circular despreciable y colocados en el vacío a una distancia de un metro de uno a otro, produce entre estos dos conductores una fuerza igual a 10^{-7} newton por metro de longitud."

C-12.8. *¿Qué son electrones antiparalelos? ¿Cómo se unen?*

Solución Son electrones que tienen giros o spines opuestos. Cuando se aproximan dos electrones de giros opuestos desapareados tienden a unirse para neutralizar su magnetismo opuesto ocupando un orbital de enlace.

C-12.9. *¿Cómo se pueden explicar las propiedades ferromagnéticas del hierro?*

Solución Las propiedades ferromagnéticas del hierro se deben a que el átomo de hierro posee 4 electrones desapareados en la órbita exterior M, cuyo giro u orientación es la misma en los cuatro electrones; los cuatro spines son positivos (o negativos) y sus efectos se suman, dando al hierro el carácter ferromagnético que le caracteriza.

C-12.10. *¿Qué condición debe cumplirse para que una sustancia ferromagnética esté imanada hasta su saturación?*

Solución Los átomos de hierro están agrupados en regiones magnéticas microscópicas llamadas "dominios". El hierro se hace magnético cuando una fuerza externa que supera a la agitación térmica de los átomos orienta los átomos de los dominios en la misma dirección y sentido.

Cuanto mayor es la fuerza mayor es el número de dominios orientados y mayor la imantación del hierro. Cuando todos los dominios están alineados en el mismo sentido, el hierro alcanza su máxima imanación: se dice que está saturada.

C-12.11. *¿Qué se entiende por declinación magnética de un lugar?*

Solución Declinación magnética de un lugar es, el ángulo que forma el meridiano terrestre de dicho lugar con el plano de la aguja imantada.

La declinación es occidental cuando el polo N de la aguja se sitúa al Oeste del meridiano terrestre.

Y oriental, si el polo N está al Este del meridiano del lugar.

C-12.12. *¿Qué son líneas isógonas?*

Solución Líneas isógonas son las que unen los puntos de la Tierra que tienen la misma declinación magnética.

Las líneas isógonas se cortan en dos puntos diametralmente opuestos que reciben el nombre de polos magnéticos de la Tierra.

C-12.13. *¿Qué entedemos por polos magnéticos de la Tierra? Razona la respuesta.*

Solución Son los puntos en que se cortan las líneas isógonas. Están diametralmente opuestas. El polo Sur magnético, al que apunta el polo N de la brújula, está a 17° al Oeste del polo Norte geográfico. Y el polo Norte magnético está a 17° al Este del polo Sur geográfico.

C-12.14. *¿De qué factores depende la fuerza de un electroimán?*

Solución De la permeabilidad del núcleo, de la intensidad de la corriente, del número de espiras que tenga y de la proximidad de los polos.

Por esta última razón se fabrican los electroimanes en forma de herradura: en ellos el campo magnético es más intenso —en igualdad de condiciones— por la proximidad de los polos.

C-12.15. *¿Cómo podrías demostrar que una barra de acero está imantada?*

Solución Aproximando algún objeto de hierro, lo atrae. Se podrían mezclar limaduras de hierro con arena o serrín. Introduciendo la barra en la mezcla separaría las limaduras de hierro si la barra está imantada.

Si es ligera y fácil de sostener mediante un apoyo de modo que pueda girar la barra en el plano horizontal, aproximando un conductor por el que pasa corriente eléctrica continua se vería girar la barra para colocarse perpendicularmente al conductor.

C-12.16. *¿De qué depende la intensidad del campo magnético en el interior de un solenoide?*

Solución Depende de la permeabilidad del medio, de la intensidad de la corriente que lo atraviesa y del número de espiras que tenga por unidad de longitud.

En el vacío: $B = \mu \dfrac{N_i}{e} = \mu\ ni$ (n = número de espiras/m).

C-12.17. *¿Qué le ocurre a un muelle que es recorrido por una corriente de elevada intensidad?*

Solución Que sus espiras se acercan contrayéndose la longitud del muelle.

Podemos suponer que si las espiras están bastante próximas las corrientes en ellas son circulares. Vienen a ser como hojas magnéticas, en las que van alternando las cara norte y sur en cada espira, y por ello se atraen y producen una contracción del muelle. Como el magnetismo de las espiras aumenta con la intensidad de la corriente, por esto sus efectos se aprecian sólo con corrientes intensas.

Un solenoide se comporta, para estos efectos, como un imán, con su cara norte y su cara sur. Si es móvil y se le somete a la acción de un campo magnético, el terrestre, por ejemplo, gira y se sitúa de modo que las líneas de fuerza del campo magnético exterior le penetren por la cara sur.

C-12.18. *¿Qué es un relé?*

Solución. Relés son circuitos eléctricos que constan de un interruptor y un electroimán; se emplean en el automatismo de la industria.

C-13.1. *Distinguir entre elementos y compuestos y dar ejemplos de unos y otros.*

Solución Elemento químico es la sustancia química formada por una sola clase de átomos.

Y cuerpo compuesto es la sustancia cuya molécula está formada por átomos de diferentes elementos químicos.

Son elementos los 103 cuerpos que constituyen el sistema periódico de elementos. Muchos de ellos están formados por agrupaciones de átomos isotópicos que difieren en la masa atómica pero conservan constante el número atómico. Así el elemento hidrógeno existe en forma de protio (H^1_1), deuterio (H^2_1) y tritio (H^3_1); el oxígeno existe como O^{16}_8, O^{17}_8 y O^{18}_8.

Por tanto, cada elemento se caracteriza porque posee un número atómico fijo que lo diferencia de los demás y representa el número de protones del núcleo.

El agua H_2O es un compuesto porque su molécula está formada por dos átomos de hidrógeno y uno de oxígeno. El carbonato sódico CO_3Na_2 consta de 3 átomos diferentes: C, O y Na, en proporción de 1 : 3 : 2, respectivamente. Análogamente, el ácido sulfúrico, SO_4H_2, consta de 3 átomos diferentes: S, O y H, en proporción de 1 : 4 : 2, respectivamente.

C-13.2. *¿En qué se diferencia la molécula de un elemento de la de un compuesto? ¿Cómo se representa químicamente una molécula?*

Solución La molécula de un elemento está formada por uno o más átomos iguales: mientras que la de un compuesto consta de dos o más átomos diferentes, que entran en proporciones fijas en cada compuesto.

La molécula de un cuerpo se representa mediante su fórmula química.

Así, las fórmulas He, Na, H_2, Cl_2, P_4 representan moléculas de cuerpos simples o elementos. El número de átomos de cada molécula de un elemento se llama atomicidad. La molécula del helio es monoatómica, la del fósforo es tetraatómica.

Y las fórmulas ClH, PO_4K_3, NO_3Na, SO_4Ca,... representan las moléculas de diversos compuestos químicos.

C-13.3. *Decir el símbolo y la fórmula de los elementos: hidrógeno, oxígeno, fósforo, sodio, plata, neón y argón.*

Solución

	Símbolo	Fórmula
Hidrógeno	H	H_2
Oxígeno	O	O_2
Fósforo	P	P_4
Sodio	Na	Na
Plata	Ag	Ag
Neón	Ne	Ne
Argón	Ar	Ar

C-13.4. *¿Qué son isótopos? ¿Qué tienen de común en su estructura los isótopos del mismo elemento? ¿En qué se diferencian los isótopos C^{11} y C^{12}?*

Solución Isótopos son átomos de un mismo elemento que poseen el mismo número atómico, pero se diferencian en su masa atómica.

Los isótopos de un elemento poseen las mismas propiedades químicas, pues sus electrones de valencia son iguales, pero difieren en sus propiedades físicas (masa, densidad) porque se diferencian en el número de neutrones nucleares.

Así, el isótopo C^{11} posee $Z = 6$ protones, y $N = 11 - 6 = 5$ neutrones; mientras que el C^{12} tiene $Z = 6$ protones y $N = 12 - 6 = 6$ neutrones, uno más que el C^{11}.

C-13.5. *¿Qué es número atómico?*

Solución Número atómico de un elemento es el lugar que ocupa en la clasificación periódica de los elementos químicos y es igual al número de protones que posee en el núcleo o de electrones corticales. Se representa por Z.

El carbono tiene de número atómico $Z = 6$, porque tiene 6 protones nucleares y 6 electrones corticales. Ocupa el 6.º lugar en la tabla periódica.

C-13.6. *¿Qué diferencia hay entre el número atómico y el número másico?*

Solución El número másico de un elemento químico es la suma de los protones y neutrones de su núcleo. Viene a ser el número entero más próximo a la masa atómica del elemento. Varía de un isótopo a otro dentro de los átomos de un elemento que presenta varios isótopos.

C-13.7. *¿Explicar las analogías y diferencias entre las partículas fundamentales del átomo: electrón, protón y neutrón?*

Solución

	Electrón	Protón	Neutrón
Masa:	0,000549 uma	1,00728 uma	1,00867 uma
Carga:	-1	$+1$	0

Estos valores de las masas se refieren a las partículas en reposo y aisladas. Considerando como unidad de carga la del electrón, -1, la del protón es $+1$: el neutrón no tiene carga eléctrica.

El protón y el electrón son partículas estables: el neutrón es inestable y su vida media vale 1 000 segundos. Cuando un neutrón se descompone emite una partícula beta (electrón) y un neutrino y se forma un protón.

C-13.8. *¿De qué dependen y dónde radican las propiedades químicas del átomo? ¿Y las físicas?*

Solución Las propiedades químicas de los átomos dependen fundamentalmente de sus electrones de valencia, que se encuentran en su nivel más externo de energía. Mientras que las propiedades físicas, como su masa atómica, su densidad, dependen del núcleo atómico, ya que la masa del átomo reside prácticamente en el núcleo.

El volumen atómico varía periódicamente aumentando dentro de cada grupo con el número atómico como resultado de las atracciones electrón-protón y repulsión electrón-electrón, haciéndose ésta mucho más notable cuando se inicia un nivel exterior (tal ocurre en los metales alcalinos).

C-13.9. *¿En qué consiste el modelo atómico de Bohr?*

Solución Para dar solución al modelo atómico inestable de Rutherford sugirió Niels Bohr su modelo o teoría del átomo según la cual un electrón sólo puede moverse alrededor del núcleo en ciertas órbitas permitidas, de radios determinados, en las cuales no emite energía al girar. Se trata de órbitas estables y el electrón se encuentra, mientras que el átomo no sea excitado, en estado estacionario.

Un átomo emite radiación solamente cuando un electrón salta de una órbita exterior a otra más cercana al núcleo y la energía que emite es igual a la diferencia de energía que existe entre los niveles inicial y final $E = E_2 - E_1$, siendo E_2 la energía que tenía el electrón en la órbita exterior y E_1 la que posee en la interior. Esta energía es igual a la que necesita absorber el átomo para que el electrón salte de la órbita 1 a la 2 cuando es excitado.

C-13.10. *¿Qué es un orbital?*

Solución Orbital es la probabilidad de que un electrón se encuentre en una pequeña región del espacio, a una distancia determinada del núcleo.

El concepto probabilístico de orbital ha sustituido modernamente al concepto de órbita ideado por Bohr y Sommerfeld para describir el movimiento de los electrones en torno al núcleo, siguiendo el modelo planetario del Sol.

C-13.11. *Se dice que un orbital s no es direccional; ¿qué quiere decir eso?*

Solución Se dice que los orbitales *s* no son direccionales porque se admite que esos electrones se muevan dentro de una región esférica con centro en el núcleo sin tener orientación espacial concreta.

C-13.12. *Hay tres orbitales p. Indica cómo se llaman y qué carácter tienen. Represéntalos.*

Solución Los orbitales p son orbitales dirigidos porque los electrones que los ocupan se mueven siguiendo la dirección de los ejes coordenados, y por eso se les designa con la expresión: p_x, p_y, p_z, según el eje al que pertenezcan.

Los orbitales p tienen la forma de uso doble cuyo centro corresponde al núcleo del átomo.

C-13.13. *¿Cuántos electrones caben en un orbital? ¿Qué son electrones antiparalelos?*

Solución En un orbital sólo entran 2 electrones, caracterizados por tener spines o giros opuestos. Es decir, que los electrones se unen en un orbital cuando tienen giro opuesto. A estos electrones se les llama antiparalelos.

C-13.14. *Si un átomo pierde uno o más electrones de su nivel exterior, ¿en qué se transforma?*

Solución Cuando un átomo recibe energía en cantidad suficiente para hacer que uno o varios electrones de valencia abandonen el átomo, éste se transforma en ion positivo.

La energía mínima necesaria para que un átomo pierda un electrón de valencia se llama potencial de ionización. Así se transforma el sodio en ion monovalente:

$Na + \text{energía} \rightarrow Na^+ + 1e^-$

En general, el proceso:

$A \rightarrow A^+ + 1e^-$

se llama ionización.

Los potenciales de ionización se miden de ordinario en electro-voltios.

Un electro-voltio es la energía que adquiere un electrón cuando se le acelera con la diferencia de potencial de un voltio.

Un electro-voltio vale $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ julios.

C-13.15. *¿Qué se entiende por electrovalencia? ¿Cuántas clases hay?*

Solución Electrovalencia es la carga que posee un ion y viene a ser el número de electrones captados o cedidos en la combinación química.

Los átomos que captan electrones al combinarse poseen electrovalencia negativa, y así decimos que la electrovalencia del oxígeno es -2; la del cloro, -1, etc. Son elementos oxidantes que se reducen en la reacción redox de que forman parte.

Por el contrario, los átomos reductores ceden electrones y se oxidan al combinarse originando iones positivos.

La electrovalencia del sodio es $+1$, la del calcio $+2$, la del aluminio $+3$, etc., cuando actúan como elementos reductores en sus combinaciones.

Hay, pues, electrovalencia negativa, propia de los cuerpos oxidantes, y electrovalencia positiva que poseen los cuerpos reductores.

C-13.16. *¿Qué diferencia hay entre Cu y Cu^{++}, entre F y F^- y entre Ag y Ag^+?*

Solución Cu es un átomo de cobre.

Cu^{++} es el ion cúprico formado al ceder 2 electrones.

F es el átomo de flúor.

F^- es el ion fluoruro formado al captar el átomo de flúor un electrón.

Ag es el átomo de plata y Ag^+ es el ion plata formado al perder la plata el electrón de valencia.

C-13.17. *¿Qué indican las expresiones Fe^{56}_{26}; C^{12}_{6}; C^{14}_{6}; O^{16}_{8}; O^{17}_{8}; O^{18}_{8}?*

Solución Fe^{56}_{26} es el átomo de hierro de $Z = 26$ y $A = 56$.

C^{12}_{6} es el átomo de carbono de $Z = 6$ y $A = 12$.

C^{14}_{6} es el isótopo de carbono de $Z = 6$ y $A = 14$. Posee 2 neutrones más que el átomo C^{12}.

O^{16}_{8}, O^{17}_{8}, O^{18}_{8}, son 3 isótopos de oxígeno de número atómico $Z = 8$ y de número másico A, 16, 17 y 18, respectivamente. Se diferencian en los neutrones nucleares (8, 9 y 10, respectivamente).

C-13.18. *Explica razonadamente qué símbolos indican átomos neutros y cuáles tienen saturados sus niveles externos:*

He, Ca^{++}, Br^-, $S^{=}$, S^{4+}, Na, Ne

Solución Son átomos neutros He, Na y Ne, porque carecen de carga.

Tienen saturados sus niveles extremos los gases nobles He y Ne, y los iones Ca^{++}, Br^-, $S^{=}$, porque al ceder el Ca $2e^-$ queda con 8 electrones en el nivel exterior, y al captar el Br un e^- y $2e^-$ el S tienen 8 electrones en su nivel exterior porque poseían ya 7 y 6 electrones, respectivamente.

C-13.19. *¿Qué son metales y no-metales, según la teoría electrónica?*

Solución Metales son los elementos químicos que se caracterizan por tener poca electronegatividad; reaccionan con los elementos oxidantes como reductores y la mayor parte (menos los metales nobles) pueden reducir al hidrógeno de sus combinaciones. Poseen, pues, electrovalencia positiva.

Los no-metales son elementos más o menos electronegativos que reaccionan como oxidantes con los elementos reductores y actúan con valencia electronegativa. Su carácter oxidante aumenta con el número atómico dentro de un período y disminuye al aumentar el número atómico dentro de un mismo grupo.

C-13.20. *Fijándote en el Sistema Periódico, razona cómo varían los electrones de valencia de los elementos del segundo período que empieza en el litio y termina en el neón.*

Solución El litio posee 2 electrones en el nivel K ($n = 1$), un electrón en el nivel 2 (L). Por tanto, tiene 1 electrón de valencia. El berilio coloca el electrón diferenciador en el nivel 2 (L), con lo que se satura el orbital 2s: tiene, pues, 2 electrones de valencia.

El boro posee 3 electrones en su nivel exterior (L); por tanto, tiene 3 electrones de valencia.

El carbono tiene 4 electrones de valencia en su nivel exterior, el nitrógeno tiene 5, el oxígeno 6 y el flúor 7. Estos 3 últimos tienen tendencia a completar el octete exterior captando o compartiendo 3, 2 y 1 electrón, respectivamente. Pero el nitrógeno puede también perder 1, 2, 3, 4 y 5 electrones corticales y actuar con valencias $+1$, $+2$, $+3$, $+4$ y $+5$, además de -3 (si comparte o capta 3 electrones).

El neón tiene 8 electrones exteriores, presenta saturados sus orbitales y no tiene tendencia a reaccionar con ningún elemento.

C-13.21. *Indica razonadamente cómo se distribuyen los electrones en el átomo de número atómico 7.*

Solución El elemento $Z = 7$ tiene 7 electrones corticales. En el nivel energético K ($n = 1$) mete 2 electrones (1s) y los 5 restantes, en el nivel L ($n = 2$). De estos 5 electrones, 2 van en el orbital 2s ($2s^2$) y los otros 3 en los orbitales p_x (1); p_y (1) y p_z (1).

C-13.22. *Un átomo tiene en su núcleo 18 protones y 22 neutrones: ¿cuál es su configuración electrónica?*

Solución El átomo $Z = 18$ y $A = 18 + 22 = 40$ tiene $Z = 18$ electrones corticales, distribuidos del siguiente modo:

2 electrones en el nivel energético K ($1s^2$)

8 electrones en el nivel energético L ($2s^2\,2p^6$)

8 electrones en el nivel energético M ($3s^2\,3p^6$)

Presenta saturados todos sus orbitales: es un gas noble (el argón).

C-13.23. *El sodio tiene de número atómico 11 y de número másico 23. Hallar la constitución del núcleo y su configuración electrónica. ¿Cuál será su valencia? ¿Por qué?*

Solución El sodio tiene: $Z = 11$; $A = 23$; Neutrones $= 23 - 11 = 12$. Y en su corteza lleva 11 electrones distribuidos así:

2 electrones en el nivel K ($1s^2$)

8 electrones en el nivel L ($2s^2\,2p^6$)

1 electrón en el nivel M ($3s^1$)

Su valencia está determinada por el electrón $3s^1$ desapareado. Como está relativamente alejado del núcleo, fácilmente lo cederá cuando se combina con otro elemento y por eso el sodio actúa como metal reductor monovalente.

C-13.24. *El azufre tiene de número atómico 16 y su número másico es 32. Indicar razonadamente su estructura electrónica y la valencia de este elemento.*

Solución El azufre tiene: $Z = 16$; $A = 32$; Neutrones $= 32 - 16 = 16$. Electrones corticales, 16, distribuidos así:

2 electrones en el nivel K ($1s^2$)

8 electrones en el nivel L ($2s^2 2p^6$)

6 electrones en el nivel M ($3s^2 3p^4$)

Posee 6 electrones de valencia. Por eso puede captar 2 para completar el octete y actúa con valencia -2; o puede ceder, 2, 4 ó 6 electrones y actúa con valencias $+2$, $+4$ y $+6$, respectivamente.

C-13.25. *Los elementos alcalinos tienen carácter metálico muy pronunciado. ¿Qué consecuencias se siguen de esta propiedad?*

Solución Que ceden fácilmente el electrón de valencia y son elementos fuertemente reductores. El carácter reductor aumenta en el grupo con el número atómico; por eso el cesio es el metal alcalino más reductor, favorecido por su mayor radio atómico y el efecto de pantalla de los electrones interiores. (Prescindimos del francio.)

C-13.26. *El cesio es más electropositivo que el litio. ¿Por qué?*

Solución Porque al tener mayor volumen atómico la fuerza atractiva núcleo-electrón de valencia disminuye con el cuadrado de la distancia; y el efecto repulsivo de los electrones corticales sobre el electrón de valencia es mayor también en el Cs que en el Li.

C-13.27. *Los halógenos son muy electronegativos. ¿Por qué?*

Solución Porque poseen 7 electrones de valencia y tienen gran apetencia por captar un electrón y adquirir así la estructura estable de gas noble. Son los elementos de mayor electroafinidad.

C-13.28. *El yodo es el menos electronegativo de los halógenos (prescindimos del astato). ¿Por qué?*

Solución Por su gran volumen atómico, la fuerza atractiva núcleo-electrón captado es mucho menor en este elemento que en todos los demás, de volumen menor. El flúor, como halógeno de menor volumen atómico, es el que retiene el electrón captado con más fuerza y por eso es el elemento más oxidante del sistema periódico.

C-13.29. *Explica razonadamente la clase de enlace que presentará el compuesto ClNa, y, en general, la unión de un halógeno con un alcalino.*

Solución El compuesto ClNa es netamente iónico, como cualquier compuesto formado por un metal alcalino y un halógeno, debido a la fuerte electronegatividad del segundo y al carácter fuertemente reductor del alcalino.

C-13.30. *¿Qué clase de enlace presentan las moléculas Cl_2, Cl_2Ca, Cl_4C?*

Solución Las moléculas de cloro, Cl_2, y tetracloruro de carbón, Cl_4C, presentan enlace covalente; la primera porque ambos átomos de cloro poseen igual electronegatividad y ninguno de ellos puede arrebatar al otro el electrón que les falta; se limitan a compartir el par electrónico de la covalencia: $Cl-Cl$.

En el Cl_4C, forman covalencias polares en las que el par de unión está más próximo del núcleo del cloro que del carbono, por ser aquél más electronegativo que éste, pero no hay transferencia total.

El Cl_2Ca tiene carácter iónico porque el cloro es más electronegativo que el Ca y capta los 2 electrones de valencia de éste formando la unión salina: Cl_2^- Ca^{++}.

C-13.31. *¿Por qué los gases nobles son tan estables?*

Solución Porque tienen saturados todos sus orbitales y, en consecuencia, para que uno de estos elementos reaccione será preciso gastar primero mucha energía para formar electrones solitarios o desapareados aptos para poder combinarse con electrones de otros elementos.

C-13.32. *¿Qué se entiende por molécula polar? Razona si las moléculas ClH y H_2O son polares o no.*

Solución Moléculas polares son las que poseen polos o cargas eléctricas en sus enlaces de combinación. Son moléculas polares todas las que tienen enlaces iónicos o salinos, y muchas otras que tienen enlace covalente. Concretamente, las moléculas $Cl-H$ y H_2O son moléculas covalentes polares porque los 2 electrones de la covalencia se encuentran más cercanos al cloro y al oxígeno, respectivamente, como elementos más electronegativos y, en consecuencia, aparece en el hidrógeno una carga positiva (proveniente de su núcleo). Las representamos así:

$$\overset{}{\underset{\cdot}{Cl}}{}^{\times}\ H^+; \qquad \overset{-}{{}_{\times}O_{\times}} \atop {}^{+}H\cdot \quad \cdot H^+$$

El par de la covalencia ($\overset{\times}{\cdot}$) indica que un electrón proviene del hidrógeno y el otro del otro átomo.

C-13.33. *Determinar la valencia del manganeso en los compuestos: Mn_2O_3; MnO_2; MnO_4K.*

Solución Mn_2O_3 Valencia del Mn:

$2\,Mn + 3(-2) = 0 \qquad Mn = +3$

MnO_2; $\qquad Mn + 2(-2) = 0; \qquad Mn = +4$

MnO_4K

$Mn + 4(-2) + 1 = 0; \qquad Mn = +7$

En toda molécula neutra la suma de valencias (electro valencias) positivas y negativas debe ser cero. El oxígeno actúa casi siempre con valencia -2 (en los peróxidos es -1).

C-13.34. *Decimos que en el enlace covalente los átomos comparten pares de electrones. Indica razonadamente las covalencias en la molécula de O_2.*

Solución Dos átomos de oxígeno se unen para formar la molécula O_2 compartiendo mutuamente 2 pares de electrones: uno de cada átomo. De este modo ambos saturan su nivel exterior con 8 electrones. Por tanto la molécula se forma por la unión de los dos átomos por 2 covalencias: $0 \overset{\times}{\cdot}\overset{\times}{\cdot} 0$ o bien $0 = 0$.

C-13.35. *Indicar lo que tienen de semejante en su estructura electrónica los elementos de número atómico 9, 17, 35 y 53.*

Solución Los números atómicos 9, 17, 35 y 53 corresponden al grupo de los halógenos flúor, cloro, bromo y yodo, respectivamente. Estos no-metales son fuertemente oxidantes (el yodo es el que menos) porque poseen 7 electrones de valencia y tienen gran tendencia a captar un electrón y adquirir así la estructura de gas noble. Son muy electronegativos, disminuyendo este carácter al aumentar el número atómico.

C-13.36. *Indicar la clase de enlace químico que presentan las siguientes sustancias: CO_2, ClK, Cu*

Solución El dióxido de carbono, CO_2, presenta dos dobles covalencias en su molécula: $O=C=O$ por compartición de 8 electrones: 4 del carbono y 4 de los oxígenos. La diferencia de electronegatividades no es suficiente para ionizar los átomos de C y O.

El Cl K es un compuesto claramente iónico como resultado de la unión de dos átomos de electronegatividades muy diferentes: el cloro, muy oxidante (electronegativo), y el potasio, muy reductor.

El cobre, Cu, presenta enlace metálico; es decir, una malla cristalina formada por iones cobre entre los que se encuentran libres los electrones de valencia que dan origen al enlace metálico por la mutua atracción entre electrones y iones positivos.

C-13.37. *Considerando la posición que ocupan en el sistema periódico, indicar quién presenta carácter metálico más fuerte: Na o K; Ca o Zn; Mg o Al; Sn o Pb; Fe o Co. Idem, más electronegativo: Br o I; Cl o F; Cl o I; S o Se. Razonarlo claramente.*

Solución K debe ser más metálico que el Na por tener mayor volumen atómico y retener el electrón de valencia con menor fuerza.

El Ca es más metálico que el Zn debido también, fundamentalmente, a la mayor atracción entre el núcleo y los electrones de valencia en el Zn que en el Ca, ya que aquél posee un volumen atómico mucho menor que éste.

El Mg es más metálico o reductor que el Al por razón similar al Ca y el Zn: y lo mismo puede decirse del Sn y Pb: el Pb, con mayor radio atómico que el Sn, es menor reductor o menos metálico que el Sn.

Igualmente, el Fe es más reductor o metálico que el Co porque ese carácter disminuye en cada período de izquierda a derecha, es decir, al aumentar el número atómico porque con él disminuye el volumen atómico.

El Br es más oxidante o electronegativo que el I porque este carácter disminuye dentro del grupo al aumentar el volumen atómico, ya que con él disminuye la atracción nuclear sobre el electrón captado, y aumenta la repulsión de los electrones de las capas interiores (efecto de pantalla). Por razón análoga, el F es más oxidante que el Cl, y el S que el Se.

C-13.38. *Los átomos x, y, z pertenecen al mismo período del sistema periódico y tienen 1, 3 y 7 electrones de valencia, respectivamente. Escribir las fórmulas de las combinaciones de x con z y de y con z. ¿Qué clase de enlace cabe esperar para estos compuestos?*

Solución *a)* XZ

b) YZ_3

El compuesto XZ es iónico, porque está formado por dos elementos de muy diferente electronegatividad (alcalino y halógeno).

El YZ_3 es un compuesto covalente (de triple covalencia) pero muy polarizado. No hay transferencia total de electrones, pero los pares de las covalencias están mucho más próximos al elemento Z, más electronegativo, dando al enlace carácter polar.

C-13.39. *Indicar la clase de enlace químico (iónico o covalente) que existe en las siguientes sustancias: N_2, CH_4, BrK.*

Solución *a)* La molécula de nitrógeno, N_2, está formada por dos átomos iguales de nitrógeno que comparten 3 pares de electrones: es un enlace covalente netamente a-polar: ($N \equiv N$).

b) La molécula de metano, CH_4, tiene 4 enlaces covalentes C — H ligeramente polares, pues el C es más electronegativo que el H. La molécula en conjunto no es polar, por simetría, pues las cargas se compensan.

c) El Br K es un compuesto iónico por estar formado por un metal alcalino y un halógeno de muy diferente electronegatividad.

C-13.40. *¿En qué consiste el enlace metálico?*

Solución En la unión que se forma por la atracción electrostática entre los iones positivos de la red cristalina (iones del metal) y los electrones de valencia que, a modo de nube o gas, ocupa los espacios vacíos de la red.

PROBLEMAS DE APLICACION

P-13.1. *Sabiendo que la masa atómica del cloro natural es 35,46 y que está formado por dos isótopos de masas 35 y 37, ¿en qué proporción se hallan ambos isótopos en el cloro natural?*

Solución La masa atómica de un elemento es la media ponderada de la masa de sus isótopos. Sea x por 100 la proporción del isótopo de cloro de masa 35, y (100 — x) por 100 la del isótopo 37. Se cumple: $35{,}46 = \dfrac{35 \cdot x}{100} + \dfrac{37\,(100 - x)}{100}$.

De donde $x = \dfrac{3\,700 - 3\,546}{2} = 77\ \%$

Es decir: El isótopo de masa 35, existe en un 77 %. Y el isótopo de masa 37, existe en un 23 %.

P-13.2. *El boro se halla formado por la mezcla de dos isótopos; uno, de masa atómica, 10; y otro, de masa atómica 11. Si la masa atómica del boro es 10,8, hallar la proporción en que se encuentran aquellos isótopos.*

Solución Sea x el % del isótopo de masa 10; (100 — x) % la proporción del de masa 11. Debe cumplirse:

$$10{,}8 = \frac{10 \cdot x}{100} + \frac{11\,(100 - x)}{100}.$$ De donde $x = 1\,100 - 1\,080 = 20\ \%$.

El isótopo de masa 10 existe en un 20 %, y el de 11, en un 80 %.

P-13.3. *En el cobre, un 68 por 100 es del isótopo de masa 63; y el resto es del isótopo de masa atómica 65. Hallar la masa atómica del cobre.*

Solución $Cu = \dfrac{63 \cdot 68}{100} + \dfrac{65\,(100 - 68)}{100} = 63{,}64$

P-13.4. *La plata, de masa atómica 107,88, tiene dos isótopos: uno de masa atómica, 107, entra en la proporción de 56 por 100. Hallar la masa del otro isótopo.*

Solución $$107{,}88 = \frac{107 \cdot 56}{100} + \frac{x \cdot (100 - 56)}{100}$$

De donde $$x = \frac{10\,788 - 5\,992}{9} = 109$$

es la masa del otro isótopo que existe en una proporción de 44 por 100.

P-13.5. *Calcular la composición centesimal de las siguientes sustancias:*

a) *hidróxido de potasio KOH;*
b) *ácido sulfúrico SO_4H_2;*
c) *cloruro de cromo Cl_3Cr;*
d) *sulfato de calcio SO_4Ca;*
e) *sulfato férrico $(SO_4)_3Fe_2$;*
f) *fosfato cálcico $(PO_4)_2Ca_3$;*
g) *carbonato sódico CO_3Na_2.*

Solución *a)* KOH; $M = 39 + 16 + 1 = 56$

$$K = 39 \cdot \frac{100}{56} = 69{,}64\ \%$$

$$O = 16 \cdot \frac{100}{56} = 28{,}57\ \%$$

$$H = 1 \cdot \frac{100}{56} = 1{,}79\ \%$$

b) SO_4H_2 $\quad M = 32 + 4 \cdot 16 + 2 = 98$

$$S = 32 \cdot \frac{100}{98} = 32{,}65\ \%$$

$$O = 64 \cdot \frac{100}{98} = 65{,}30\ \%$$

$$H = 2 \cdot \frac{100}{98} = 2{,}04\ \%$$

c) Cl_3Cr $\quad M = 3 \cdot 35{,}46 + 52 = 158{,}38$

$$Cl = 106{,}38 \cdot \frac{100}{158{,}38} = 67{,}17\ \%$$

$$Mn = 52 \cdot \frac{100}{158{,}38} = 32{,}83\ \%$$

d) SO_4Ca $\quad M = 32 + 16 \cdot 4 + 40 = 136$

$$S = 32 \cdot \frac{100}{136} = 23{,}53\ \%$$

$$O = 64 \cdot \frac{100}{136} = 47{,}06\ \%$$

$$Ca = 40 \cdot \frac{100}{136} = 29{,}41\ \%$$

e) $(SO_4)_3Fe_2$ $\quad M = 3 \cdot 32 + 12 \cdot 16 + 2 \cdot 56 = 400$

$$S = 96 \cdot \frac{100}{400} = 24\ \%$$

$$O = 192 \cdot \frac{100}{400} = 48\ \%$$

$$Fe = 112 \cdot \frac{100}{400} = 28\ \%$$

f) $(PO_4)_2Ca_3$ $\quad M = 2 \cdot 31 + 8 \cdot 16 + 3 \cdot 40 = 310$

$$P = 62 \cdot \frac{100}{310} = 20\ \%$$

$$O = 128 \cdot \frac{100}{310} = 41{,}29\ \%$$

$$Ca = 120 \cdot \frac{100}{310} = 38{,}71\ \%$$

g) CO_3Na_2 $\quad M = 12 + 3 \cdot 16 + 2 \cdot 23 = 106$

$$C = 12 \cdot \frac{100}{106} = 11{,}32\ \%$$

$$O = 48 \cdot \frac{100}{106} = 45{,}28\ \%$$

$$Na = 46 \cdot \frac{100}{106} = 43{,}40\ \%$$

P-13.6. *Determinar la sustancia que contiene más sodio entre las que se citan: cloruro de sodio ClNa; nitrato de sodio NO_3Na; carbonato de sodio CO_3Na_2 y sulfato de sodio SO_4Na_2.*

Solucion *a)* ClNa $\quad M = 35{,}46 + 23 = 58{,}46$

$$Na = 35{,}46 \cdot \frac{100}{58{,}46} = 60{,}66\ \%$$

b) NO_3Na $\quad M = 14 + 3 \cdot 16 + 23 = 85$

$$Na = 23 \cdot \frac{100}{85} = 27{,}06\ \%$$

c) CO_3Na_2 $\quad M = 12 + 3 \cdot 12 + 2 \cdot 23 = 94$

$$Na = 46 \cdot \frac{100}{94} = 48{,}94\ \%$$

Según esto, el cloruro de sodio, ClNa, es el compuesto que contiene más porcentaje de Na de estos tres cuerpos, siguiéndole luego el CO_3Na_2; el que menos sodio contine es el nitrato de sodio.

C-14.1. *Citar 3 propiedades físicas que diferencian los estados de la materia.*

Solución Los estados de la materia se diferencian, en general, por su densidad, que es mayor en los sólidos que en los líquidos, y la de éstos mayor que la de los gases. La viscosidad o resistencia a fluir de los cuerpos y la compresibilidad de los mismos diferencian claramente los gases de los líquidos, y a éstos de los sólidos.

C-14.2. *¿Por qué los gases son muy compresibles y no lo son los líquidos y los sólidos?*

Solución Los gases son muy compresibles porque entre sus moléculas hay muchos espacios vacíos; los líquidos son poco compresibles *porque su volumen apenas varía* al aumentar la presión, y menos varía aún en los sólidos, debido a la proximidad que tienen las moléculas.

C-14.3. *¿Qué se entiende por teoría cinética?*

Solución La teoría cinética de los gases es un modelo de cómo deberían ser los gases para que se pudieran justificar las propiedades que en ellos se observan. Ese comportamiento sólo lo observan los gases ideales o perfectos, que, como tales, no existen, y de ellos se apartan más o menos los gases reales. Los gases reales se acercan tanto más a los gases ideales cuanto más apartados se encuentran de sus puntos de fusión y ebullición.

C-14.4. *¿Cuáles son los principios que constituyen la teoría cinética?*

Solución Consultar el libro de texto.

C-14.5. *¿Qué se entiende por transformación isoterma?*

Solución Transformación isoterma es todo aumento o disminución de volumen o presión de una masa gaseosa a temperatura constante.
Estas transformaciones siguen la ley de Boyle Mariotte.

C-14.6. *La ley de Boyle rige las transformaciones isotermas. Enuncia dicha ley y explica por qué se dice que es una ley "límite".*

Solución "A temperatura constante, el producto de la presión por el volumen de una masa gaseosa es constante" $pV = \text{constante}$.
En los gases reales, esta ley es sólo aproximada; sólo la cumplen los gases ideales y a ella tienden los gases reales cuando se encuentran en condiciones similares a la de los gases ideales; por eso es una ley "límite".

C-14.7. *Deducir la ley de Charles-Gay-Lussac en función de las temperaturas absolutas.*

Solución En la ecuación de Gay-Lussac: $V_t = V_0\,(1 + \alpha\, t)$ sustituimos α por su valor:

$\alpha = \frac{1}{273}$ y obtenemos:

$$V_t = V_o\left(1 + \frac{t}{273}\right) = V_c\left(\frac{273 + t}{273}\right) \quad \begin{cases} T = 273 + t \\ T_o = 273 \end{cases}$$

$$V_t = V_o \frac{T}{T_o}; \qquad \frac{V_t}{T} = \frac{V_o}{T_o}$$

"A presión constante, los volúmenes ocupados por una masa gaseosa son directamente proporcionales a las temperaturas absolutas."

C-14.8. *¿Qué es el cero absoluto de temperaturas?*

Solución Cero absoluto es la temperatura a la cual un cuerpo pierde toda la energía térmica que posee y su temperatura, por tanto, ya no podría descender más.

C-14.9. *¿De qué variable depende el estado de una masa gaseosa?*

Solución El estado de una masa gaseosa depende de las variables presión, volumen y temperatura; $f(v, p, t) = 0$. La ecuación que las relaciona se llama ecuación de estado de los gases.

C-14.10. *¿Cómo se llama la ecuación de los gases que relaciona todas las variables de que depende? Exprésalo de dos formas diferentes y explica qué representan todos los factores.*

Solución "Ecuación de estado" de los gases y se puede escribir:

$$\frac{P\,V}{T} = \frac{P_o\,V_o}{T_o}, \text{ o bien: } P\,V = n\,R\,T$$

P = presión, V = volumen ocupado por el gas a la temperatura T.

P_o = presión, V_o = volumen ocupado a la temperatura T_o

R = constante de los gases ideales.

n = número de moles de gas contenidos en el volumen V.

C-14.11. *La constante molar de los gases, R, no es número: halla su valor y sus dimensiones.*

Solución $$R = \frac{P_o\,V_o}{T_o} = \frac{1 \text{ at} \cdot 22{,}4 \text{ lit/mol}}{273{,}16^\circ \text{ K}} = 0{,}082 \cdot \frac{\text{at} \cdot \text{lit}}{\text{mol}^\circ \text{ K}}$$

C-14.12. *¿Qué se entiende por gases ideales?*

Solución Son los gases que cumplen la ecuación de estado de los gases, así como las del Boyle y Gay-Lussac. Se les llama ideales porque no existen.

C-14.13. *Completar las frases siguientes:*

Las transformaciones de los gases a presión constante siguen la ley de ....
Las transformaciones de los gases a temperatura constante siguen la ley de ....
El mol de un cuerpo equivale ....
La masa molecular de una sustancia y su mol difieren ....

Solución *a)* Las transformaciones de los gases a presión constante siguen la ley de *Gay-Lussac.*

b) Las transformaciones de los gases a temperatura constante siguen la ley de *Boyle-Mariotte.*

c) El mol de un cuerpo es equivalente *a la masa molecular expresada en gramos.* Todo mol de un cuerpo contiene $6{,}023 \cdot 10^{23}$ moléculas.

d) La masa molecular de una sustancia y su mol difieren *en las unidades o dimensiones, no en el valor.*

C-14.14. *Fundándose en la teoría cinética de los átomos y moléculas de los cuerpos explicar:*

a) *Por qué se evapora la humedad más de prisa cuando hay viento que cuando no lo hay.*

b) *Por qué el hielo se derrite más de prisa si se despedaza en trozos que si se deja en bloque.*

c) *Por qué el agua tibia se evapora más rápidamente que el agua fría.*

Solución *a)* Al circular el aire hay menos presión sobre la sustancia húmeda y menos moléculas de oxígeno y de nitrógeno encima, por lo que, en igualdad de condiciones, las moléculas del vapor de agua tendrán menos choques y menos dificultad en saltar a la atmósfera.

b) Al desmenuzar el hielo se produce mayor superficie de contacto entre el hielo y el agua que le rodea, lo que facilita las atracciones o fuerzas disgregadoras de los cristales de hielo.

c) Porque al tener más energía calorífica las moléculas del agua tibia tienen más probabilidad de escapar del líquido al aire que las del agua fría.

PROBLEMAS DE APLICACION

P-14.1. *Calcular el volumen final de los siguientes gases, si la masa y temperatura permanecen constantes:*

	Volumen inicial	*Presión inicial*	*Presión final*
a)	*500 cm³*	*780 mm*	*750 mm*
b)	*24 cm³*	*800 mm*	*900 mm*
c)	*240 cm³*	*2 at*	*1,5 at*

Solución En estas condiciones estos gases siguen al ley de Boyle:

$$P_1 V_1 = P_2 V_2$$

a) $500 \text{ cm}^3 \cdot 780 \text{ mm} = V \cdot 750 \text{ mm}; \quad V = 520 \text{ cm}^3$

b) $24 \text{ cm}^3 \cdot 800 \text{ mm} = V \cdot 900 \text{ mm}; \quad V = 21{,}33 \text{ cm}^3$

c) $240 \text{ cm}^3 \cdot 2 \text{ at} = V \cdot 1{,}5 \text{ at}; \quad V = 320 \text{ cm}^3$

P-14.2. *Calcular el volumen final de una masa gaseosa, si la presión permanece constante:*

	Volumen inicial	*Temperatura inicial*	*Temperatura final*
a)	*24 cm³*	*87° C*	*27° C*
b)	*96 cm³*	*15° C*	*0° C*
c)	*25 cm³*	*— 23° C*	*17° C*

Solución En estas transformaciones los gases siguen la ley de Gay-Lussac:

$$V_t = V_o (1 + \alpha t) \leftrightarrow \frac{V_t}{T} = \frac{V_o}{T_o}$$

a) $\dfrac{24\ \text{cm}^3}{(273+87)^\circ\ \text{K}} = \dfrac{\text{V}}{(273+27)^\circ\ \text{K}}$; $\text{V} = 20\ \text{cm}^3$

b) $\dfrac{96\ \text{cm}^3}{288^\circ\ \text{K}} = \dfrac{\text{V}}{273^\circ\ \text{K}}$; $\text{V} = 91\ \text{cm}^3$

c) $\dfrac{25\ \text{cm}^3}{250^\circ\ \text{K}} = \dfrac{\text{V}}{290^\circ\ \text{K}}$; $\text{V} = 29\ \text{cm}^3$

P-14.3. *Calcular el volumen final de las siguientes masas gaseosas:*

	Volumen inicial	*Presión y temperatura iniciales*	*Presión y temperatura finales*
a)	*700 cm³*	*630 mm y 77° C*	*770 mm y 57° C*
b)	*280 cm³*	*200 mm y 77° C*	*330 mm y — 9° C*
c)	*124 cm³*	*618 mm y 36° C*	*744 mm y 24° C*

Solución Aplicamos la ecuación de estado de los gases ideales: $\dfrac{\text{P V}}{\text{T}} = \dfrac{\text{P}_o\,\text{V}_o}{\text{T}_o}$

a) $\dfrac{770 \cdot \text{V}}{330} = \dfrac{630 \cdot 700}{350}$; $\text{V} = 540\ \text{cm}^3$

b) $\dfrac{330 \cdot \text{V}}{264} = \dfrac{200 \cdot 280}{350}$; $\text{V} = 128\ \text{cm}^3$

c) $\dfrac{744 \cdot \text{V}}{297} = \dfrac{618 \cdot 124}{309}$; $\text{V} = 99\ \text{cm}^3$

P-14.4. *Calcular el volumen ocupado por un gas en condiciones normales de p y T:*

a) *80 cm³ medidos a 7° C y 722 mm de Hg.*
b) *4 litros medidos a — 33° C y 720 mm.*
c) *15,1 litros medidos a 27° C y 0.4 atm.*

Solución Por la ecuación de estado de los gases ideales: $\dfrac{\text{P V}}{\text{T}} = \dfrac{\text{P}_o\,\text{V}_o}{\text{T}_o}$

a) $\dfrac{722\ \text{mm} \cdot 80\ \text{cm}^3}{280^\circ\ \text{K}} = \dfrac{760\ \text{mm} \cdot \text{V}_o}{273^\circ\ \text{K}}$; $\text{V}_o = 74{,}1\ \text{cm}^3$

b) $\dfrac{720 \cdot 4\ \text{lit}}{240^\circ\ \text{K}} = \dfrac{760 \cdot \text{V}_o}{273^\circ\ \text{K}}$; $\text{V}_o = 4{,}31$ litros

c) $\dfrac{0{,}4\ \text{at} \cdot 15{,}1\ \text{lit}}{300^\circ\ \text{K}} = \dfrac{1\ \text{at} \cdot \text{V}_o}{273^\circ\ \text{K}}$; $\text{V}_o = 5{,}496$ litros

P-14.5. *Calcular la presión final de 200 cm³ a 47° C y 700 mm de presión si al final ocupan 140 cm³ a 79° C.*

Solución $\dfrac{\text{P V}}{\text{T}} = \dfrac{\text{P}_o\,\text{V}_o}{\text{T}_o}$ $\qquad \text{P} = \text{P}_o \cdot \dfrac{\text{V}_o\,\text{T}}{\text{V}\,\text{T}_o}$

$$P = 700 \text{ mm} \cdot \frac{200 \text{ cm}^3 \cdot (273+79)^\circ \text{ K}}{140 \text{ cm}^3 \cdot (273+47)^\circ \text{ K}} = 1\,100 \text{ mm}$$

P-14.6. *Calcular la temperatura en grados celsius de 150 cm³ a 42° C y 714 mm de presión, si ocupan al final un volumen de 102 cm³ a una presión de 830 mm.*

Solución $\frac{P V}{T} = \frac{P_o V_o}{T_o} \qquad T = T_o \frac{P V}{P_o V_o}$

$$T = (273 + 42)^\circ \text{ K} \cdot \frac{830 \text{ mm} \cdot 102 \text{ cm}^3}{760 \text{ mm} \cdot 150 \text{ cm}^3} = 233{,}93^\circ \text{ K}$$

Por tanto:

$233{,}93^\circ \text{ K} = 273 + t \rightarrow t = 233{,}93 - 273 = -39{,}07^\circ \text{ C}$

P-14.7. *Calcular el volumen que ocupan, en condiciones normales, los siguientes gases:*

a) *14 g de nitrógeno.*
b) *7,0 g de CO.*
c) *1,5 g de hidrógeno.*

Solución Sabemos que un mol de un gas, en condiciones normales, ocupa un volumen molar $V_o = 22{,}414$ litros.

Por tanto:

a) $\left.\begin{array}{l} 28 \text{ g de } N_2 \text{ ocupan } 22{,}414 \text{ lit} \\ 14 \text{ g de } N_2 \text{ ocupan } V \end{array}\right\} \rightarrow V = \frac{14 \cdot 22{,}414}{28} = 11{,}207 \text{ litros}$

b) $\left.\begin{array}{l} (12 + 16) \text{ g de CO ocupan } 22{,}414 \text{ lit} \\ 7{,}0 \text{ g de CO ocupan } V \end{array}\right\} \rightarrow V = 5{,}604 \text{ litros}$

c) $\left.\begin{array}{l} 2 \text{ g de } H_2 \text{ ocupan } 22{,}414 \text{ lit} \\ 1{,}5 \text{ g de } H_2 \text{ ocupan } V \end{array}\right\} \rightarrow V = 16{,}811 \text{ litros}$

P-14.8. *Calcular la masa molecular de los siguientes gases:*

a) *10 g de un gas A ocupa un volumen de 5,1 litros en condiciones normales de p y T.*
b) *7,0 g de un gas B ocupan 5,83 lit a 26° C y 800 mm.*
c) *8 g de un gas C ocupan 81,3 lit a — 13° C y 798 mm.*

Solución *a)* $\frac{10 \text{ g}}{5{,}1 \text{ lit}} = \frac{M}{22{,}414 \text{ lit}} \quad ; \quad M = 43{,}95$

b) Calculemos el volumen de la masa gaseosa en condiciones normales de P y T.

(Dato $V = 5{,}83$ litros.)

$$V_o = V \frac{P T_o}{P_o T} = 5{,}83 \text{ litros} \cdot \frac{800 \text{ mm} \cdot 273^\circ \text{ K}}{760 \text{ mm} \cdot 299^\circ \text{ K}} = 5{,}60 \text{ lit}$$

$$\frac{7 \text{ g}}{5{,}60 \text{ lit}} = \frac{M}{22{,}414 \text{ lit}} \quad ; \quad M = 28{,}02$$

c) Hallemos el volumen del gas en condiciones normales de P y T.

(Dato V = 81,3 litros.)

$$V_0 = V \frac{P\,T_0}{P_0\,T} = 81{,}3 \text{ litros} \cdot \frac{798 \text{ mm} \cdot 273^\circ \text{K}}{760 \text{ mm} \cdot 260^\circ \text{K}} = 89{,}63 \text{ lit}$$

$$\frac{8 \text{ g}}{89{,}63 \text{ lit}} = \frac{M}{22{,}414 \text{ lit}} \quad ; \quad M = 2{,}00$$

P-14.9. *Calcular los gramos correspondientes a las cantidades de sustancias que se indican:*

a) *0,02 moles de PO_4H_3.*
b) *2,63 moles de Br_2.*
c) *0,002 moles de CO_3Na_2.*

Solución *a)* PO_4H_3; mol $(PO_4H_3) = 31 + 4 \cdot 16 + 3 \cdot 1 = 98$ g

$$\frac{1 \text{ mol}}{98 \text{ g}} = \frac{0{,}02 \text{ moles}}{x} \quad ; \quad x = 98 \text{ g} \cdot 0{,}02 = 1{,}96 \text{ g}$$

b) mol $(Br_2) = 2 \cdot 79{,}916 = 159{,}83$ g

$m = 159{,}83 \text{ g/mol} \cdot 2{,}63 \text{ moles} = 420{,}36 \text{ g}$

c) mol $(CO_3Na_2) = 12 + 3 \cdot 16 + 2 \cdot 23 = 106$ g

$m = 106 \text{ g/mol} \cdot 0{,}002 \text{ moles} = 0{,}212 \text{ g}$

P-14.10. *Calcular los gramos que se necesitan de las sustancias que se citan para obtener 0,1 moles:*

a) *ClH.* b) *BrK.* c) *IAg.*

Solución *a)* mol (ClH) = 35,46 + 1 = 36,46 g

$m = 36{,}46 \text{ g/mol} \cdot 0{,}1 \text{ moles} = 3{,}646 \text{ g}$

b) mol (BrK) = 79,92 + 39,09 = 119,01 g

$m = 119{,}01 \text{ g/mol} \cdot 0{,}1 \text{ moles} = 11{,}90 \text{ g}$

c) mol (IAg) = 126,92 + 107,88 = 234,8 g

$m = 234{,}8 \text{ g/mol} \cdot 0{,}1 \text{ moles} = 23{,}48 \text{ g}$

P-14.11. *¿Cuántos moles habrá en 100 g de cada uno de los cuerpos del ejercicio anterior?*

Solución *a)* Moles de ClH en 100 g:

$$n = \frac{100 \text{ g}}{36{,}46 \text{ g/mol}} = 2{,}74 \text{ moles}$$

b) De BrK:

$$n = \frac{100 \text{ g}}{119{,}01 \text{ g/mol}} = 0{,}84 \text{ moles}$$

c) De IAg:

$$n = \frac{100\ g}{234,8\ g/mol} = 0,43\ moles$$

P-14.12. *Calcular la densidad de los siguientes gases, en condiciones normales, respecto del aire:*

a) CO_2. b) SO_2. c) H_2. d) O_2.

Solución Densidad relativa:

$$d_r = \frac{\text{Densidad del gas}}{\text{Densidad del aire}} = \frac{\text{Mol gas}/V_o}{\text{Mol}/V_o} = \frac{\text{Mol del gas}}{\text{Mol del aire}}$$

a) Del CO_2 (mol = 44 g):

$$dr = \frac{44\ g/mol}{28,88\ g/mol} = 1,52$$

b) Del SO_2 (mol = 64 g):

$$dr = \frac{64\ g/mol}{28,88\ g/mol} = 2,22$$

c) Del H_2 (mol = 2 g):

$$dr = \frac{2\ g/mol}{28,88\ g/mol} = 0,069$$

d) Del O_2 (mol = 32 g):

$$dr = \frac{32\ g/mol}{28,88\ g/mol} = 1,108$$

P-14.13. *Calcular la densidad del gas propano (C_3H_8) respecto del aire, si su densidad respecto del hidrógeno es 22.*

Solución $d_H = 22 = \dfrac{\text{Mol del gas}}{2\ g\ (\text{mol } H_2)}$; mol del gas $= 22 \cdot 2\ g = 44\ g$

$$d_{aire} = \frac{\text{Mol del gas}}{\text{Mol del aire}} = \frac{22 \cdot 2\ g/mol}{28,88\ g/mol} = 1,52$$

P-14.14. *Calcular la densidad respecto del hidrógeno, en condiciones normales:*

a) *Del CO_2.* b) *Del metano CH_4.* c) *Del NO_2.*

Solución Densidad relativa $= \dfrac{\text{Mol del gas}}{\text{Mol del hidrógeno}}$

a) Del CO_2 (mol = 44 g):

$$d_H = \frac{44\ g/mol}{2\ g/mol} = 22$$

b) Del metano, CH_4 (mol = 16 g):

$$d_H = \frac{16\ g/mol}{2\ g/mol} = 8$$

P-14.15. *c)* Del NO_2 (mol = 46 g):

$$d_H = \frac{46 \text{ g/mol}}{2 \text{ g/mol}} = 23$$

Calcular la masa:

a) *De un litro de CO_2.*

b) *De 10 litros de NH_3.*

c) *De 22 litros de NO, medidos en condiciones normales de p y T.*

Solución *a)* Mol de $CO_2 = 44 \text{ g} \leftrightarrow 22{,}414$ lit

$$\text{Masa de 1 litro} = \frac{44 \text{ g}}{22{,}414 \text{ lit}} = 1{,}96 \text{ g}$$

b) Mol de $NH_3 = 17 \text{ g} \leftrightarrow 22{,}414$ lit

$$\text{Masa de 10 litros} = \frac{17 \text{ g}}{22{,}414 \text{ lit}} \cdot 10 \text{ lit} = 7{,}585 \text{ g}$$

c) Mol de $NO = 30 \text{ g} \leftrightarrow 22{,}414$ lit

$$\text{Masa de 22 litros} = \frac{30 \text{ g}}{22{,}414 \text{ lit}} \cdot 22 \text{ lit} = 29{,}446 \text{ g}$$

P-14.16. *Calcular la masa de un litro de un gas en condiciones normales de p y T si su masa molecular es:*

a) *46.* b) *34.* c) *71.*

Solución *a)* Masa molecular, 46; mol = 46 g

$$\text{Masa de 1 litro} = \frac{46 \text{ g}}{22{,}414 \text{ lit}} = 2{,}05 \text{ g}$$

b) Masa molecular, 34; mol = 34 g

$$\text{Masa de 1 litro} = \frac{34 \text{ g}}{22{,}414 \text{ lit}} = 1{,}52 \text{ g}$$

c) Masa molecular, 71; mol = 71 g

$$\text{Masa de 1 litro} = \frac{71 \text{ g}}{22{,}414 \text{ lit}} = 3{,}17 \text{ g}$$

P-14.17. *Hallar la masa molecular de un gas, si la masa de un litro, en condiciones normales, de p y T es:*

a) *1,96.* b) *2,9.*

Solución La masa molecular —mol— se calcula hallando la masa correspondiente al volumen molar: $V_o = 22{,}414$ litros.

a) $M = 1{,}96 \text{ lit}^{-1} \cdot 22{,}414 \text{ lit} = 43{,}93$

b) $2{,}9 \text{ lit}^{-1} \cdot 22{,}414 \text{ lit} = 65$

P-14.18. *Calcular la densidad de los gases que se indican, si tanto el gas como el hidrógeno fueron medidos en el mismo recipiente y en las mismas condiciones de p y T:*

	Masa del vaso vacío	Masa del vaso lleno de H_2	Masa del vaso lleno del gas
a)	60,21 g	60,49 g	60,77 g
b)	45,66 g	45,80 g	50,63 g

Solución $$D_H = \frac{\text{Masa de un volumen de gas}}{\text{Masa del mismo volumen de } H_2}$$

a) $$d_H = \frac{(60{,}77 - 60{,}21)\ g}{(60{,}49 - 60{,}21)\ g} = 2$$

b) $$d_H = \frac{(50{,}63 - 45{,}66)\ g}{(45{,}80 - 45{,}66)\ g} = 35{,}5$$

P-14.19. *Si la masa de un litro de hidrógeno es 0,090 g en condiciones de p y T, calcular la masa de los siguientes gases:*

a) *250 cm^3 de un gas A cuya densidad respecto de H_2 es 8 (en c.n.).*

b) *2,45 litros de un gas B cuya densidad de vapor es 22 (en c.n.).*

c) *1,68 litros de un gas C a 14° C y 740 mm si su densidad de vapor es 32.*

Solución $$d_H = \frac{\dfrac{\text{Masa del gas}}{\text{Volumen que ocupa}}}{\dfrac{\text{Masa del hidrógeno}}{\text{Volumen que ocupa}}}$$

a) $$8 = \frac{\dfrac{m}{0{,}250\ \text{lit}}}{\dfrac{0{,}090\ g}{1\ \text{lit}}} \rightarrow m = 0{,}18\ g$$ *b)* $$22 = \frac{\dfrac{m}{2{,}45\ \text{lit}}}{\dfrac{0{,}090\ g}{1\ \text{lit}}} \rightarrow m = 4{,}85\ g$$

c) Hallemos el volumen en c.n. de P y T:

$$V_o = V\frac{P\,T_o}{P_o\,T} = 1{,}68\ \text{lit} \cdot \frac{740\ \text{mm} \cdot 273°\ K}{760\ \text{mm} \cdot 287°\ K} = 1{,}56\ \text{lit}$$

$$32 = \frac{\dfrac{m}{1{,}56\ \text{lit}}}{\dfrac{0{,}090\ g}{1\ \text{lit}}} \rightarrow m = 4{,}49\ g$$

P-14.20. *La densidad del hidrógeno en condiciones normales de p y T es 0,0899 g/litro. Calcular su densidad a —200° C y a una presión de 10^{-4} mm de Hg.*

Solución $$\frac{P\,V}{T} = \frac{P_o\,V_o}{T_o}\ ;\quad \frac{P\dfrac{m}{\rho}}{T} = \frac{P_o\dfrac{m}{\rho_o}}{T_o}\ ;\quad \frac{P}{\rho\,T} = \frac{P_o}{\rho_o\,T_o}\ ;\quad \rho = \rho_o\frac{P\,T_o}{P_o\,T}$$

Es decir:

$$\rho = 0{,}0899 \text{ g/lit} \cdot \frac{10^{-4} \text{ mm} \cdot 273^{\circ}\text{ K}}{760 \text{ mm} \cdot 73^{\circ}\text{ K}} = 4{,}42 \cdot 10^{-8} \text{ g/lit}$$

P-14.21. *400 g de un gas ocupan un volumen de 267 litros a 700 mm y 27° C. Calcular la masa molecular del gas.*

Solución Calculamos el volumen en c.n. de P y T de esa masa gaseosa:

$$\frac{P\,V}{T} = \frac{P_0\,V_0}{T_0} \quad ; \quad V_0 = V \cdot \frac{P\,T_0}{P_0\,T} = 267 \text{ lit} \cdot \frac{700 \text{ mm} \cdot 273^{\circ}\text{ K}}{760 \text{ mm} \cdot 300^{\circ}\text{K}} = 223{,}788 \text{ lit}$$

$$\frac{223{,}788 \text{ lit}}{400 \text{ g}} = \frac{22{,}414 \text{ lit}}{\text{mol}} \quad ; \quad \text{mol} = 400 \text{ g} \cdot \frac{22{,}414}{223{,}788} = 40{,}06 \text{ g}$$

Masa molecular, $M = 40{,}06$

P-14.22. *Se tienen 3 litros de hidrógeno a 20° C y 1,5 atmósferas de presión. Calcular la temperatura a que se deben calentar para que se dupliquen la presión y el volumen.*

Solución

$$\frac{P_1\,V_1}{T_1} = \frac{P_2\,V_2}{T_2} \quad ; \quad \frac{P_1\,V_1}{T_1} = \frac{2\,P_1 \cdot 2\,V_1}{T_2} \quad ;$$

$T_2 = 4\,T_1$; $T_2 = 4 \cdot (273 + 20)^{\circ}\text{ K} = 1\,172^{\circ}\text{ K}$

o bien, $t = 899^{\circ}\text{C}$

P-14.23. *Un recipiente contiene 4 g de hidrógeno a la presión de 20 atmósferas y temperatura de 27° C. Calcular:*

a) *el volumen del recipiente en esas condiciones;*

b) *la cantidad de hidrógeno que ha salido cuando su presión se reduce a 10 atmósferas.*

Constante molar de los gases $R = 0{,}082 \dfrac{at\ lit}{mol\ ^{\circ}K}$.

Mol de hidrógeno, $M = 2$ *g.*

Solución $P\,V = n\,R\,T$

a) $$V = n\,\frac{R\,T}{P} = \frac{4 \text{ g}}{2 \text{ g/mol}} \cdot \frac{0{,}082 \dfrac{\text{at} \cdot \text{lit}}{\text{mol }^{\circ}\text{K}} \cdot 300^{\circ}\text{ K}}{20 \text{ at}}$$

$V = 2{,}46$ litros.

b) Si P se reduce a 10 atmósferas en las mismas condiciones, entonces el volumen que ocupa el gas será el doble: $V' = 4{,}92$ litros, lo que indica que ha salido la mitad del hidrógeno que había en la vasija, es decir:

$m = 2$ g de H_2

C-15.1. *Diferenciar razonadamente los conceptos de disolución saturada y disolución concentrada.*

Solución Disolución saturada es la que contiene la máxima cantidad de soluto disuelto a la temperatura de la disolución.

Se prepara una disolución saturada dejando algo de soluto en exceso al estado sólido en el fondo de la disolución.

La disolución concentrada contiene bastante soluto, pero no llega a la saturación.

De ordinario, una disolución concentrada contiene bastante cantidad de soluto en el volumen de la disolución. Pero se pueden preparar disoluciones saturadas que sólo contienen una cantidad mínima de soluto: tal ocurre en las disoluciones de los cuerpos poco solubles.

C-15.2. *¿Puede la solución ser saturada y diluida al mismo tiempo? Toda solución concentrada ¿es siempre saturada?*

Solución Una solución diluida es a la vez saturada si ya no se puede disolver más soluto en el volumen de disolución; esto ocurre frecuentemente en las disoluciones de cuerpos poco solubles.

No toda solución concentrada es a la vez saturada. Por ejemplo, el alcohol es soluble en agua en todas proporciones y nunca se puede obtener una solución saturada de alcohol en agua por más que se concentre.

C-15.3. *Hallar la relación que existe entre dos disoluciones que contienen un mol por litro de cloruro de sodio y de sulfato de sodio. ¿Cuál sería su concentración en equivalentes/litro?*

Solución Ambas disoluciones tienen la concentración de 1 mol/litro, es decir, son 1 M.

Pero la disolución 1 M de SO_4Na_2 contiene 2 equivalentes por litro (2 equiv/litro) y será, por tanto, 2 N; en cambio la de ClNa contiene 1 equiv/litro y es 1 N.

C-15.4. *Tenemos una disolución 1 M de Cl_2Ca y otra disolución 1 N de la misma sal. ¿Qué relación hay entre esas disoluciones?*

Solución La disolución 1 M de Cl_2Ca contiene 2 equiv/lit y es, por tanto, 2 N; en cambio la disolución 1 N de Cl_2Ca contiene sólo 1 equiv/lit. En consecuencia, la primera está 2 veces más concentrada que la segunda.

C-15.5. *¿Pueden ser iguales la normalidad y la molaridad de una disolución? Aclararlo con varios ejemplos.*

Solución En muchas disoluciones la concentración en moles/litro o molaridad (M) es igual a la normalidad (N) o equivalentes/litro; esto se cumple en todas aquellas disoluciones que tienen un soluto cuyo mol es igual al equivalente-gramo.

Son las sustancias monovalentes, como ClH, NaOH, ClNa, BrK, NO_3Na, NO_3H, etc.

C-15.6. *Tenemos dos disoluciones, una de sacarosa y otra de glucosa, de la misma concentración en gramos por kilo. ¿Cuál de las dos hierve antes? ¿Cuál se congela a temperatura más baja?*

Solución Calculemos su molalidad: *a*) Sacarosa: $M_1 = \frac{m}{342}$ moles/kg;

b) Glucosa: $M_2 = \frac{m}{180}$ moles/kg.

Como $M_2 > M_1$ hierve antes la disolución de sacarosa, y congela a temperatura más baja la disolución de glucosa (leyes de Raoult).

C-15.7. *Dos disoluciones acuosas tienen igual concentración molar a la misma temperatura, una de azúcar y la otra de ClNa. ¿Cuál tiene mayor presión osmótica? Razonarlo.*

Solución Posee mayor presión osmótica la disolución de ClNa, porque esta sal se ioniza y por cada mol de ClNa disuelto se forma un mol de iones Cl^- y otro mol de iones Na^+. En consecuencia, la disolución del ClNa posee doble concentración molar que la disolución del azúcar que no se ioniza, y su presión osmótica sería doble que la de éste, si la ionización del ClNa fuera total.

C-15.8. *¿Por qué se hinchan las ciruelas pasas al meterlas en agua?*

Solución Por un fenómeno de ósmosis: el agua pasa a través de las membranas exteriores y de los tejidos interiores porque tiende a igualar la concentración de soluto a un lado y a otro de la piel. En consecuencia, la ciruela aumenta de volumen por el agua absorbida en la endósmosis.

C-15.9. *Si se introducen glóbulos rojos de la sangre en agua pura se hinchan hasta reventar. ¿Por qué?*

Solución Por efecto de la endósmosis el agua penetra en los hematíes a través de su membrana exterior debido a la mayor concentración de las sustancias que componen el glóbulo rojo. Y como la concentración en el agua es despreciable no se alcanza nunca la isotonía a ambos lados de la membrana y ésta termina por romperse a medida que se va hinchando. La corriente osmótica va siempre de las disoluciones hipotónicas a las hipertónicas.

C-15.10. *¿Por qué se añade disolución anticongelante al agua del radiador de los coches?*

Solución Se añaden anticongelantes al radiador de los coches para formar disoluciones más o menos concentradas y lograr así temperaturas más bajas de congelación. Sin el uso de anticongelantes, sería difícil evitar que los radiadores de los coches no explotaran en invierno en los países fríos.

C-15.11. *Si añadimos la misma masa de anticongelante, glicerina ($CH_2OH—CHOH—CH_2OH$) o etilenglicol ($CH_2OH—CH_2OH$) en el radiador, ¿cuál será más eficaz? Razonarlo.*

Solución Mol de glicerina: $CH_2OH—CHOH—CH_2OH = 92$

Mol del etilenglicol: $CH_2OH—CH_2OH = 62$

Si añadimos la misma cantidad, m, de glicerina y de etilenglicol a un radiador dado, la concentración de la glicerina será menor que la del etilenglicol porque es mayor su molécula-gramo. Por tanto, bajará más la temperatura de congelación con el etilenglicol.

C-15.12. *¿Qué son disoluciones isotónicas?*

Solución Son disoluciones que poseen la misma presión osmótica. Separadas por una membrana semipermeable no habrá paso del disolvente de un lado para otro.

C-15.13. *¿Qué diferencia hay entre una disolución molar y otra disolución molal?*

Solución La disolución 1 molar es la que contiene un mol de soluto en un litro de disolución.
La disolución 1 molal contiene un mol de soluto en un kilogramo de disolvente.
Por tanto, la concentración molar se refiere al volumen en litros de la disolución; la molal mide los moles contenidos por kilo de disolvente.

C-15.14. *¿Por qué la fracción molar no tiene unidades? Aclararlo con un ejemplo.*

Solución Porque es una relación o cociente entre moles. Así, por ejemplo, una disolución de 23 g de etanol en 36 g de agua contiene la fracción molar de alcohol siguiente:

$$\left.\begin{array}{l} \text{Moles de alcohol: } \dfrac{23\text{ g}}{46\text{ g/mol}} = 0{,}5 \text{ moles} \\ \text{Moles de agua: } \dfrac{36\text{ g}}{18\text{ g/mol}} = 2 \text{ moles} \end{array}\right\} \text{Total} = 2{,}5 \text{ moles.}$$

$$\text{Fracción molar del alcohol: } x_1 = \frac{0{,}5 \text{ moles}}{2{,}5 \text{ moles}} = 0{,}2$$

PROBLEMAS DE APLICACION

P-15.1. *Se han disuelto 2 g de hidróxido sódico en 10 g de agua. ¿Cuál es la concentración centesimal de la disolución en hidróxido sódico?*

Solución
$$C\,\% = \frac{100 \cdot m_s}{m_{ds}} \left\{ \begin{array}{l} m_s = \text{masa de soluto} = 2\text{ g} \\ m_{ds} = \text{masa de disolución} = 2 + 10 = 12\text{ g} \end{array}\right.$$

$$C\,\% = \frac{100 \cdot 2\text{ g}}{12\text{ g}} = 16{,}67\,\%$$

P-15.2. *La concentración centesimal de un ácido sulfúrico comercial es 93 por 100. ¿Qué cantidad de ácido sulfúrico habrá en 650 g del ácido comercial?*

Solución
$$93 = \frac{100 \cdot x}{650}; \; x = \text{cantidad de } SO_4H_2 \text{ en } 650\text{ g de disolución.}$$

$$x = \frac{93 \cdot 650}{100} = 604{,}5\text{ g de } SO_4H_2$$

P-15.3. *¿Cuál es la concentración molar de una disolución, si en 200 cm³ de la misma hay 0,04 moles de soluto?*

Solución
$$M = \frac{\text{número de moles}}{\text{litro de disolución}}$$

$$M = \frac{0{,}04 \text{ moles}}{0{,}200 \text{ lit}} = 0{,}2\text{ M}$$

P-15.4. *¿Cuántos moles de soluto hay en 250 cm³ de una disolución 0,2 molar?*

Solución Número de moles = molaridad · volumen en litros.

Número = 0,2 moles/lit · 0,250 lit = 0,05 moles.

P-15.5. *En 300 cm³ de una disolución de ácido clorhídrico hay 12 g de dicho ácido. Determinar:*

a) *el número de moles de ácido clorhídrico;*
b) *la concentración molar.*

Solución *a)* Número de moles: $n = \dfrac{\text{masa en g}}{\text{mol}}$

$$n = \frac{12\ \text{g}}{36{,}46\ \text{g/mol}} = 0{,}33\ \text{moles}$$

b) $M = \dfrac{n}{\text{v lit}} = \dfrac{0{,}33\ \text{moles}}{0{,}300\ \text{lit}} = 1{,}097\ \text{M (moles/lit)}$

P-15.6. *¿Cuantos gramos de hidróxido cálcico hay en 2 litros de una disolución 0,001 molar de esta sustancia?*

Solución $M = \dfrac{n}{\text{V en lit}} = \dfrac{\dfrac{m}{\text{mol}}}{\text{V en lit}}$; $Ca(OH)_2 = 40 + 32 + 2 = 74\ \text{g}$

m = mol · V en lit · molaridad

m = 74 g/mol · 2 lit · 0,001 moles/lit = 0,148 g

P-15.7. *Se ha preparado una disolución de ácido sulfúrico, disolviendo 4,9 g de este ácido en agua y completando la disolución con agua hasta 2 litros. Calcular:*

a) *los moles de SO_4H_2;*
b) *la concentración en mol/litros;*
c) *los equivalentes gramo de SO_4H_2;*
d) *la concentración en eq/l.*

Solución *a)* Mol de SO_4H_2 = 98 g

Número de moles en 4,9 g: $n = \dfrac{4{,}9\ \text{g}}{98\ \text{g/mol}} = 0{,}05\ \text{moles}$

b) Concentración: $M = \dfrac{n}{\text{V en lit}} = \dfrac{0{,}05\ \text{moles}}{2\ \text{lit}} = 0{,}025\ \text{moles/lit}$

c) Equivalente-gramo de $SO_4H_2 = \dfrac{98\ \text{g}}{2} = 49\ \text{g}$

d) Concentración en equiv/lit $= \dfrac{\text{número de equivalentes}}{\text{V en litros}}$

$$N = \frac{\dfrac{4{,}9\ \text{g}}{49\ \text{g/equiv}}}{2\ \text{lit}} = 0{,}05\ \text{equiv/lit}$$

La concentración en normalidad es el doble de la molaridad porque en cada mol de SO_4H_2 hay 2 equivalentes.

P-15.8. *¿Cuántos equivalentes gramo de hidróxido potásico hay en 2 litros de disolución 0,01 N?*

Solución Equiv-gramo del KOH = 39 + 16 + 1 = 56 g

$$N = \frac{\text{número de equiv}}{\text{V en lit}} = \frac{\dfrac{m}{\text{equival}}}{\text{V en lit}}$$

m = N · Equivalente-g · V en litros

m = 0,01 eq/lit · 56 g/eq · 2 lit = 1,12 g

$$\text{Número de equiv-gramo: } n = \frac{1{,}12\text{ g}}{56\text{ g/eq}} = 0{,}02 \text{ equiv-gramo}$$

P-15.9. *Determinar el equivalente químico de las sustancias siguientes: NaOH, NO_3H, $Ca(OH)_2$ y $(NO_3)_2Ca$.*

Solución

$$\text{Equivalente químico} = \frac{\text{masa molecular}}{\text{valencia}}$$

a) $NaOH = \dfrac{23 + 16 + 1}{1} = 40$

b) $NO_3H = \dfrac{14 + 48 + 1}{1} = 63$

c) $Ca(OH)_2 = \dfrac{40 + 32 + 2}{2} = \dfrac{74}{2} = 37$

d) $(NO_3)_2Ca = \dfrac{28 + 96 + 40}{2} = 82$

P-15.10. *Calcular los gramos de ácido nítrico que hay en 2 litros de disolución 0,4 N.*

Solución $N = \dfrac{\dfrac{m}{\text{equiv}}}{\text{V en lit}}$ Equiv-g de NO_3H = 63 g

m = N · V en lit · equiv-gramo

m = 0,4 equiv/lit · 2 lit · 63 g/eq = 50,4 g

P-15.11. *Se ha preparado una disolución mezclando 90 g de agua y 92 g de alcohol etílico. Determinar:*

a) *la concentración centesimal de alcohol en agua;*
b) *los moles de alcohol;*
c) *la molalidad de la disolución si el alcohol es el soluto.*

Solución Mol del alcohol: $CH_2OH—CH_3$ = 46 g

Mol del agua: $H_2O = 18$ g

$$a)\quad C\,\% = \frac{100 \cdot 92\ \text{g}}{182\ \text{g}} = 50{,}55\ \%$$

$$b)\quad \text{Moles de alcohol} = \frac{92\ \text{g}}{46\ \text{g/mol}} = 2\ \text{moles}$$

$$c)\quad M = \frac{2\ \text{moles}}{0{,}090\ \text{kg de disolvente}} = 22{,}22\ \text{moles/kg de } H_2O$$

P-15.12. *¿Cuál es la fracción molar de los componentes de la disolución del ejercicio 15.11?*

Solución Sea x_1 = la fracción molar del alcohol y x_2 la del agua:

Moles de alcohol = 2 moles

$$\text{Moles de agua} = \frac{90\ \text{g}}{18\ \text{g/mol}} = 5\ \text{moles}$$

Moles en total = 2 + 5 = 7

$$x_1 = \frac{2}{7} = 0{,}29; \qquad x_2 = \frac{5}{7} = 0{,}71$$

P-15.13. *Suponiendo que la composición volumétrica del aire es 20 por 100 de O_2 y 80 por 100 de nitrógeno, calcular la fracción molar de dichos componentes. (Volumen molar, en c.n. 22,41 l/mol.)*

Solución

$$\text{Moles de oxígeno} = \frac{20}{22{,}4} = 0{,}89\ \text{moles}$$

$$\text{Moles de nitrógeno} = \frac{80}{22{,}4} = 3{,}77\ \text{moles}$$

Número total de moles = 4,46 moles

$$\text{Fracción molar del oxígeno: } x_1 = \frac{0{,}89}{4{,}46} = 0{,}2$$

$$\text{Fracción molar del nitrógeno: } x_2 = \frac{3{,}77}{4{,}46} = 0{,}8$$

P-15.14. *¿Cuántos gramos de glucosa hay que disolver en 100 g de agua para que la concentración sea 0,2 molal?*

Solución Mol de la glucosa: $C_6H_{12}O_6 = \overset{180}{\cancel{80}}$ g

$$M = \frac{\dfrac{m}{\text{mol}}}{\text{kg de } H_2O} \qquad m = M \cdot \text{mol} \cdot \text{kg de } H_2O$$

$$m = 0{,}2\ \text{moles/kg} \cdot \overset{180}{\cancel{80}}\ \text{g/mol} \cdot 0{,}100\ \text{kg} = \overset{3{,}6}{\cancel{16}}\ \text{gramos}$$

P-15.15. *En el envase del ácido sulfúrico de laboratorio se indica su concentración centesimal (94 %) y su densidad (1,84 g/cm³). Con estos datos, determinar:*

a) *los gramos de ácido sulfúrico puro que hay en ese ácido de laboratorio;*
b) *la concentración molar;*
c) *la concentración normal.*

Solución Masa de un litro de esta disolución:

$m_{dn} = V \cdot d = 1\,000\ cm^3 \cdot 1{,}84\ g/cm^3 = 1\,840\ g$

Masa de SO_4H_2 contenida en un litro de disolución:

a) $m = 1\,840\ g \cdot \dfrac{94}{100} = 1\,729{,}6\ g$ de SO_4H_2/litro

b) $M = \dfrac{\dfrac{1\,729{,}6\ g}{98\ g/mol}}{1\ litro} = 17{,}65$ moles/lit

c) $N = M \cdot 2 = 35{,}30$ equiv/lit, pues cada mol de SO_4H_2 contiene 2 equivalentes-gramo.

P-15.16. *¿Cuántos centímetros cúbicos de ácido del problema anterior serán necesarios para preparar, diluyendo con agua, 2 litros de disolución 0,4 N?*

Solución Calculamos los gramos de SO_4H_2 contenidos en 2 litros de disolución 0,4 N, si el equivalente-gramo vale 49 gramos.

$$0{,}4\ N = \frac{\dfrac{m}{49\ g/Eq}}{2\ lit} \qquad m = 0{,}4\ equiv/lit \cdot 2\ lit \cdot 49\ g/Eq \rightarrow m = 39{,}2\ g$$

Si $1\,000\ cm^3$ de disolución contienen 1 729,6 g de SO_4H_2

V de disolución contienen 39,2 g de SO_4H_2

$$V = 1\,000\ cm^3 \cdot \frac{39{,}2\ g}{1\,729{,}6\ g} = 22{,}66\ cm^3$$

P-15.17. *Completar las casillas en blanco con los datos que hay en el ejercicio correspondiente. La significación de los símbolos que encabezan cada columna puede encontrarse en el libro de texto. El soluto es la glucosa ($C_6H_{12}O_6$) y el disolvente el agua.*

Solución

	m_s(g)	m_d(g)	m_{ds}(g)	C (%)	n_s	n_d	X_s	X_d	$\mathscr{M}$
1	9	90							
2		36		12					
3					2	8			
4		180							2

	m_s(g)	m_d(g)	m_{ds}(g)	C (%)	n_s	n_d	X_s	X_d	$\mathcal{M}$
1	*9*	*90*	99	9,09	0,112	*5*	0,022	0,978	1,25
2	4,91	*36*	40,91	*12*	0,06	2	0,029	0,971	0,81
3	160	144	304	52,63	*2*	*8*	0,2	0,8	13,89
4	28,8	*180*	208,8	13,79	0,36	10	0,035	0,965	*2*

P-15.18. *Calcular la concentración molar de las soluciones que contienen en 100 cm³ de disolución:*

a) *17,55 g de ClNa;* b) *4,9 g de SO_4H_2;* c) *1 g de NaOH;*
d) *11,2 g de KOH;* e) *4 g de SO_4Cu;* f) *9,45 g de NO_3H.*

Solución *a)* Mol de ClNa = 35,46 + 23 = 58,46 g

$$M = \frac{\dfrac{17{,}55 \text{ g}}{58{,}46 \text{ g/mol}}}{0{,}100 \text{ lit}} = 3 \text{ moles/lit}$$

b) Mol de SO_4H_2 = 32+64+2 = 98 g

$$M = \frac{\dfrac{4{,}9 \text{ g}}{98 \text{ g/mol}}}{0{,}100 \text{ lit}} = 0{,}5 \text{ moles/lit}$$

c) Mol del NaOH = 23+16+1 = 40 g

$$M = \frac{1}{40 \text{ g/mol} \cdot 0{,}100 \text{ lit}} = 0{,}25 \text{ moles/lit}$$

d) Mol KOH: 39+16+1 = 56 g

$$M = \frac{11{,}2 \text{ g}}{56 \text{ g/mol} \cdot 0{,}100 \text{ lit}} = 2 \text{ moles/lit}$$

e) Mol de SO_4Cu = 32+64+63,5 = 159,5 g

$$M = \frac{4 \text{ g}}{159{,}5 \text{ g/mol} \cdot 0{,}100 \text{ lit}} = 0{,}25 \text{ moles/lit}$$

f) Mol de NO_3H = 14+48+1 = 63 g

$$M = \frac{9{,}45 \text{ g}}{63 \text{ g/mol} \cdot 0{,}100 \text{ lit}} = 1{,}5 \text{ moles/lit}$$

P-15.19. *Calcular el volumen de disolución acuosa de KOH 0,02 M que contiene:*

a) *1,12 g de KOH;* b) *3,36 g;* c) *4,48 g*

Solución $$M = \frac{\dfrac{m \text{ (g)}}{\text{mol}}}{\text{V en lit}} = \frac{m \text{ (g)}}{\text{mol} \cdot \text{V en litros}}; \quad V = \frac{m \text{ (g)}}{\text{mol} \cdot \text{M}}$$

a) $V = \dfrac{1{,}12 \text{ g}}{56 \text{ g/mol} \cdot 0{,}02 \text{ moles/lit}} = 1 \text{ lit} = 1\,000 \text{ cm}^3$

b) $V = \dfrac{3{,}36 \text{ g}}{56 \text{ g/mol} \cdot 0{,}02 \text{ mol/lit}} = 3 \text{ lit} = 3\,000 \text{ cm}^3$

c) $V = \dfrac{4{,}48 \text{ g}}{56 \text{ g/mol} \cdot 0{,}02 \text{ mol/lit}} = 4 \text{ lit} = 4\,000 \text{ cm}^3$

P-15.20. *Calcular la molaridad de una disolución que contiene:*

a) *4,41 g de ClNa en 0,75 litros;*
b) *34,8 g de SO_4K_2 en 2 litros;*
c) *31,8 g de CO_3Na_2 en 100 cm.³*

Solución $M = \dfrac{\dfrac{m \text{ (g)}}{\text{mol}}}{V \text{ en lit}} = \dfrac{m \text{ (g)}}{\text{mol} \cdot V \text{ en lit}}$

a) Mol de ClNa = 58,46 g

$$M = \frac{4{,}41 \text{ g}}{58{,}46 \text{ g/mol} \cdot 0{,}75 \text{ lit}} = 0{,}695 \text{ moles/lit}$$

b) Mol de SO_4K_2 = 174 g

$$M = \frac{34{,}8 \text{ g}}{174 \text{ g/mol} \cdot 2 \text{ lit}} = 0{,}1 \text{ moles/lit}$$

c) Mol de CO_3Na_2 = 106 g

$$M = \frac{31{,}8 \text{ g}}{106 \text{ g/mol} \cdot 0{,}100 \text{ lit}} = 3 \text{ moles/lit}$$

P-15.21. *Calcular la molaridad de una disolución concentrada de ácido sulfúrico que tiene de densidad:*

Solución a) *1,84;* b) *1,7 g/cm³, si su concentración es 95,60 % y 77,17 %, respectivamente.*

$m_{ds} = V \cdot d = 1\,000 \text{ cm}^3 \cdot 1{,}84 \text{ g/cm}^3 = 1\,840$ g por litro

$$m_s = 1\,840 \text{ g/lit} \cdot \frac{95{,}60}{100} = 1\,759{,}04 \text{ g/lit}$$

Mol de SO_4H_2 = 98 g

a) $M_1 = \dfrac{1\,759{,}04 \text{ g/lit}}{98 \text{ g/mol}} = 17{,}95 \text{ moles/lit}$

b) $m_{ds} = 1\,000 \text{ cm}^3 \cdot 1{,}7 \text{ g/cm}^3 = 1\,700 \text{ g}$

$$m_s = 1\,700 \text{ g/lit} \cdot \frac{77{,}17}{100} = 1\,311{,}89 \text{ g/lit}$$

$$M_2 = \frac{1\,311{,}89 \text{ g/lit}}{98 \text{ g/mol}} = 13{,}39 \text{ moles/lit}$$

P-15.22. *Calcular la molaridad de una disolución acuosa de NO_3H que contiene:*

a) *33,82 por 100 de concentración;*

b) *20,23 por 100;*

c) *47,49 por 100, si su densidad es 1,22 g/cm³, 1,120 g/cm³ y 1,30 g/cm³, respectivamente.*

Mol de $NO_3H = 63$ g

Solución *a)* Masa de un litro de disolución:

$$m_{ds} = 1\,000 \text{ cm}^3 \cdot 1,22 \text{ g/cm}^3 = 1\,220 \text{ g por litro}$$

$$m_s = 1\,220 \text{ g/lit} \cdot \frac{33,82}{100} = 412,60 \text{ g/lit}$$

$$M_1 = \frac{412,60 \text{ g/lit}}{63 \text{ g/mol}} = 6,55 \text{ moles/lit}$$

b) $m_{ds} = 1\,000 \text{ cm}^3 \cdot 1,120 \text{ g/cm}^3 = 1\,120 \text{ g}$

$$m_s = 1\,120 \text{ g/lit} \cdot \frac{20,23}{100} = 226,576 \text{ g/lit}$$

$$M_2 = \frac{226,276 \text{ g/lit}}{63 \text{ g/mol}} = 3,60 \text{ moles/lit}$$

c) $m_{ds} = 1\,000 \text{ cm}^3 \cdot 1,30 \text{ g/cm}^3 = 1\,300 \text{ g por litro}$

$$m_s = 1\,300 \text{ g/lit} \cdot \frac{47,49}{100} = 617,37 \text{ g/lit}$$

$$M_3 = \frac{617,37 \text{ g/lit}}{63 \text{ g/mol}} = 9,80 \text{ moles/lit}$$

P-15.23. *Hallar los gramos de KOH contenidos en un litro de disolución:*

a) *1 N;* b) *0,25 N;* c) *0,002 N.*

Solución Equivalente-gramo de (KOH): eq = 56 g

$$N = \frac{\dfrac{m\,(s)}{eq}}{V \text{ en lit}} = \frac{m\,(s)}{eq \cdot V \text{ en lit}} \qquad m_s = N \cdot eq \cdot V$$

a) $m_s = 1 \text{ eq/lit} \cdot 56 \text{ g/eq} \cdot 1 \text{ lit} = 56 \text{ g}$

b) $m_s = 0,25 \text{ eq/lit} \cdot 56 \text{ g/eq} \cdot 1 \text{ lit} = 14 \text{ g}$

c) $m_s = 0,002 \text{ eq/lit} \cdot 56 \text{ g/eq} \cdot 1 \text{ lit} = 0,112 \text{ g}$

P-15.24. *Calcular los gramos de ácido sulfúrico SO_4H_2 y de ácido PO_4H_3 contenidos en medio litro de disolución:*

a) *1 N;* b) *0,2 N;* c) *0,06 N.*

Solución Equivalente-gramo del SO_4H_2: $eq = \dfrac{98 \text{ g}}{2} = 49 \text{ g}$

Equivalente-gramo del PO_4H_3: $eq = \dfrac{98\ g}{3} = 32{,}67\ g$

a) $m_{SO_4H_2} = 1\ eq/lit \cdot 49\ g/eq \cdot 0{,}5\ lit = 24{,}5\ g$

$m_{PO_4H_3} = 1\ eq/lit \cdot 32{,}67\ g/eq \cdot 0{,}5\ lit = 16{,}335\ g$

b) $m_{SO_4H_2} = 0{,}2\ eq/lit \cdot 49\ g/eq \cdot 0{,}5\ lit = 4{,}9\ g$

$m_{PO_4H_3} = 0{,}2\ eq/lit \cdot 32{,}67\ g/eq \cdot 0{,}5\ lit = 3{,}267\ g$

c) $m_{SO_4H_2} = 0{,}06\ eq/lit \cdot 49\ g/eq \cdot 0{,}5\ lit = 1{,}47\ g$

$m_{PO_4H_3} = 0{,}06\ eq/lit \cdot 32{,}67\ g/eq \cdot 0{,}5\ lit = 0{,}98\ g$

P-15.25. *Hallar la presión de vapor de una disolución de 9 g de glucosa ($C_6H_{12}O_6$) en 180 g de agua a 20º C, si la presión del agua a esa temperatura es de 18 mm de Hg.*

Solución Por la ley de Raoult, la presión de la disolución es proporcional a la fracción molar del disolvente (para un soluto no volátil).

$$P = \frac{n_2}{n_1 + n_2} \cdot P_o$$

siendo n_1 = moles de soluto

n_2 = moles de disolvente

P_o = presión del disolvente

$$n_1 = \frac{9\ g}{180\ g/mol} = 0{,}05\ \text{moles}$$

$$n_2 = \frac{180\ g}{18\ g/mol} = 10\ \text{moles}$$

$$P = \frac{0{,}05}{10{,}05} \cdot 18\ mm = 0{,}09\ mm\ de\ Hg$$

P-15.26. *Calcular la temperatura a que se congela y hierve la disolución del problema anterior, a la presión de una atmósfera.*

$$\left(K_c = 1{,}86\frac{Kg\ ºC}{mol}\ \ ;\ \ K_e = 0{,}52\frac{K\ ºC}{mol}\right)$$

Solución El descenso crioscópico o del punto de congelación es proporcional a la concentración molal del soluto:

$$\Delta t_c = K_c \cdot \mathscr{M}$$

Hallamos $\mathscr{M} = \dfrac{0{,}05\ \text{moles}}{0{,}180\ \text{kg}} = 0{,}28\ \text{moles/kg}$

$$\Delta t_c = 1{,}86\frac{kg\ ºC}{mol} \cdot 0{,}28\ \text{moles/kg} = 0{,}52º\ C$$

$$t_c = 0º\ C - 0{,}52º\ C = -0{,}52º\ C$$

El ascenso ebulliscópico también es proporcional a la concentración molal del soluto.

$$\Delta t_e = k_e \cdot \mathscr{M}$$

$$\Delta t_e = 0{,}52 \frac{kg\,^oC}{mol} \cdot 0{,}28 \text{ moles/kg} = 0{,}15^o\,C$$

$$t_e = 100^o\,C + 0{,}15^o\,C = 100{,}15^o\,C$$

P-15.27. *Calcular el descenso crioscópico y la temperatura de ebullición de una disolución de urea en agua de concentración 0,2 molal.*

Solución *a)* $\Delta t_c = k_c \cdot \mathscr{M} = 1{,}86 \frac{kg\,^o\,C}{mol} \cdot 0{,}2 \text{ mol/kg} = 0{,}37^o\,C$

$$t_c = 0^o\,C - 0{,}37^o\,C = -0{,}37^o\,C$$

b) $\Delta t_e = k_e \mathscr{M} = 0{,}52 \frac{kg\,^o\,C}{mol} \cdot 0{,}2 \text{ mol/kg} = 0{,}10^o\,C$

$$t_e = 100^o\,C + 0{,}10^o\,C = 100{,}10^o\,C$$

P-15.28. *Se disuelven 3 g de sustancia en 100 g de agua y la disolución se congela a $-0{,}93^o\,C$. Hallar la masa molecular de la sustancia.*

Solución Si es m_s la masa del soluto y m_d la masa del disolvente la molalidad de una disolución referida a un kilo de disolvente es:

$$\mathscr{M} = \frac{1\,000\ m_s}{M_s \cdot m_d} \quad ; \quad (M_s = \text{Mol del soluto})$$

Luego,

$$\Delta t_c = k_c \cdot \frac{1\,000\ m_s}{M_s \cdot m_d} \quad ; \quad M_s = k_c \frac{1\,000 \cdot m_s}{\Delta t_c \cdot m_d}$$

En este caso, tenemos:

$$M_s = 1{,}86 \frac{kg\,^oC}{mol} \cdot \frac{1\,000\ g \cdot 3\ g}{0{,}93^o\,C \cdot 100\ g} = 60\ g/mol$$

Masa molecular: $M = 60$.

P-15.29. *Una disolución, A, se forma disolviendo 1,8 g de glucosa en 100 g de agua, y otra, B, disolviendo la misma cantidad de sacarosa ($C_{12}H_{22}O_{11}$) en 100 g de agua. Deducir cuál de las dos disoluciones se congela a menos temperatura. Razonarlo.*

Solución Congelará más bajo la que tenga más concentración.

Concentración de la glucosa: $C_6H_{12}O_6$ (= 180)

$$\mathscr{M} = \frac{1{,}8\ g}{180\ g/mol \cdot 0{,}100\ kg} = 0{,}1 \text{ moles/kg}$$

Concentración de la sacarosa: $C_{12}H_{22}O_{11}$ (= 342)

$$\mathscr{M} = \frac{1{,}8\ g}{342\ g/mol \cdot 0{,}100\ kg} = 0{,}05 \text{ moles/kg}$$

$$\Delta t_{(g)} = k_e \cdot \mathscr{M} = 1{,}86 \frac{kg\ ^oC}{mol} \cdot 0{,}1 \text{ moles/kg} = 0{,}186^o\ C$$

$$\Delta t_{(s)} = 1{,}86 \frac{kg\ ^oC}{mol} \cdot 0{,}05 \text{ mol/kg} = 0{,}09^o\ C$$

$$\left.\begin{array}{l} t_g = -0{,}186^o\ C \\ t_s = -0{,}09^o\ C \end{array}\right\} \ t_g \text{ es temperatura inferior a la } t_s$$

P-15.30. *Determinar la concentración molal de una disolución que hierve a 100,4º C a la presión de una atmósfera.*

Solución $\Delta t_e = k_e \cdot \mathscr{M} \qquad \mathscr{M} = \frac{\Delta t_e}{k_e}$

$$\mathscr{M} = \frac{(100{,}4 - 100)\ ^oC}{0{,}52 \frac{kg\ ^oC}{mol}} = 0{,}77 \text{ mol/kg}$$

P-15.31. *Calcular la presión osmótica de una disolución de glucosa a 12º C, cuya concentración es 0,05 M.*

Solución $\pi = c\,R\,T \quad ; \quad c = \frac{n}{V} \text{ moles/lit}$

$$\pi = 0{,}05 \text{ moles/lit} \cdot 0{,}082 \frac{at \cdot lit}{mol\ ^oK} \cdot (243 + 12)\ ^oK = 1{,}17 \text{ atmósferas}$$

P-15.32. *Hallar los gramos de glucosa que contienen 2 litros de disolución acuosa, si la presión osmótica, a 27º C, es de 2,8 atmósferas.*

Solución $\pi = c\,R\,T = \frac{n}{V} RT = \frac{m_{(s)}}{MV} RT \quad ; \quad m_{(s)} = \frac{\pi\,MV}{RT} \ (M_{glucosa} = 180 \text{ g})$

$$m_{(s)} = \frac{2{,}8 \text{ at} \cdot 180 \text{ g/mol} \cdot 2 \text{ lit}}{0{,}082 \frac{at \cdot lit}{mol\ ^oK} \cdot 300^o\ K} = 40{,}976 \text{ g}$$

P-15.33. *La diferencia de nivel en una célula osmótica es de 80 cm a la temperatura de 20º C. Calcular la concentración de la disolución, si la densidad es, aproximadamente, de 1 g/cm³. Densidad del mercurio, d = 13,6 g/cm³.*

Solución Las alturas barométricas o de presión son inversamente proporcionales a las densidades de los líquidos.

$$\frac{h_{dis}}{h_{g}} = \frac{d_{Hg}}{h_{dis}} \quad ; \quad h_{Hg} = \frac{h_{dis} \cdot d_{dis}}{d_{Hg}}$$

$$h_{Hg} = \frac{80 \text{ cm} \cdot 1 \text{ g/cm}^3}{13{,}6 \text{ g/cm}^3} = 5{,}88 \text{ cm de Hg}$$

Reducida esta presión a atmósferas vale

$$p = \frac{5{,}88 \text{ cm Hg}}{76 \text{ cm Hg/at}} = 0{,}077 \text{ at} = \pi \text{ osmótica}$$

De: $\pi = cRT \quad ; \quad c = \dfrac{\pi}{RT}$

$$c = \frac{0{,}077 \text{ at}}{0{,}082 \dfrac{\text{at} \cdot \text{lit}}{\text{mol °K}} \cdot 293° \text{ K}} = 0{,}03 \text{ moles/lit}$$

REACCIONES QUIMICAS 16

C-16.1. *¿Qué se entiende por reacción química?*

Solución Reacción química es un proceso o transformación por la que se origina un cambio entre los átomos de los cuerpos que reaccionan.

La combustión del carbón es una reacción química y la unión del oxígeno con el hidrógeno para formar agua es otra reacción.

C-16.2. *¿Es lo mismo ecuación que reacción química? ¿Qué es ecuación química?*

Solución Ecuación química es representar mediante fórmulas la transformación o reacción química que se produce. No es, por tanto, lo mismo la reacción química que su ecuación; ésta viene a ser un modo de indicar abreviadamente el proceso real, además de dar a conocer los cuerpos que intervienen en la reacción química y sus relaciones.

C-16.3. *¿Qué es ecuación ajustada? ¿Qué indica una ecuación química?*

Solución Ecuación ajustada es la que contiene el mismo número de átomos en los cuerpos que reaccionan que en los productos de la reacción.

Una ecuación química indica:

- la reacción química que se produce;
- los cuerpos que intervienen en el proceso;
- el número de átomos de cada elemento que interviene en la reacción;
- el número de moles de las sustancias que entran en el proceso.

C-16.4. *¿Qué quiere decir que se conserva la masa en las reacciones químicas? ¿Es esto rigurosamente exacto?*

Solución Que no desaparece masa en las reacciones químicas. La masa de los reaccionantes es igual a la de los productos, pues los átomos son indivisibles. Sin embargo, esto no es totalmente cierto, ya que en las transformaciones nucleares la energía que aparece se debe a cierta masa transformada en energía. Y, en general, el calor de las reacciones químicas se debe a la masa transformada en calor; pero como aquélla suele ser muy pequeña no se puede apreciar con los medios usuales de medida de las masas.

C-16.5. *¿Es reacción química la combustión de un cigarrillo? Razónalo.*

Solución Sí; al quemarse el tabaco y el papel arden el carbono y el hidrógeno de los cuerpos químicos que constituyen esas sustancias. Y la combustión es una oxidación enérgica en la que se forman óxidos de carbono y vapor de agua.

C-16.6. *Los elementos que forman una sustancia, por ejemplo, ClH, entran siempre en proporciones fijas, ¿qué quiere decir esto?*

Solución La molécula de ClH consta de un átomo de cloro y otro de hidrógeno. Y como tal, cualquiera que sea el método empleado para obtener ClH, la molécula siempre está formada del mismo modo.

C-16.7. *¿Pueden reaccionar 1,5 volúmenes de un gas con 0,75 volúmenes de otro? ¿Por qué?*

Solución No, pues los volúmenes de los cuerpos gaseosos que reaccionan lo hacen siempre en razón formada por números enteros sencillos.

C-16.8. *¿Podemos afirmar que siempre que reaccionan dos sustancias reaccionan mol a mol, es decir, un mol de una con un mol de la otra, o dos moles de una con dos moles de la otra, etc.? Razonar la respuesta.*

Solución No; los cuerpos reaccionan equivalente a equivalente, pero no mol a mol, puesto que es frecuente que un mol de una sustancia posea dos o más equivalentes y otras, en cambio, pueden no contener más que un equivalente, y en este caso la reacción no está ajustada.

C-16.9. *Diferenciar equivalente químico, equivalente-gramo y peso equivalente.*

Solución Son 3 números iguales que expresan conceptos un poco diferentes. Equivalente-gramo o peso equivalente son conceptos iguales: expresan en gramos el valor del equivalente químico.

C-16.10. *¿Es importante el equivalente de los cuerpos en química? ¿Por qué?*

Solución Sí, ya que toda reacción se verifica en relaciones de equivalente a equivalente o en fracciones o múltiplos de esos mismos equivalentes.

C-16.11. *¿Es lo mismo mol que equivalente-gramo? ¿Pueden coincidir?*

Solución Generalmente, no. Pero coinciden o son iguales en aquellas sustancias que poseen un solo equivalente, es decir, una sola valencia.

C-16.12. *Si te dicen que en la reacción producida al añadir agua a la cal, "cal viva", se produce calor, señala dónde pondrías el calor y razona qué clase de reacción es.*

$$\underset{\text{cal viva}}{CaO + H_2O} \longrightarrow \underset{\text{cal apagada}}{Ca(OH)_2}$$

Solución La reacción $CaO + H_2O \rightarrow Ca(OH)_2$ es exotérmica, porque "desprende" calor. Por tanto, debería escribirse:

$$CaO + H_2O \rightarrow Ca(OH)_2 + \text{calor}$$

C-16.13. *Clasificar en exotérmicas o endotérmicas las reacciones siguientes:*

a) $N_2\,(g) + 3H_2\,(g) \longrightarrow 2NH_3\,(g) + 22$ *kcal;*
b) $N_2\,(g) + O_2\,(g) \longrightarrow 2NO - 43{,}2$ *kcal;*
c) $S\,(s) + O_2\,(g) \longrightarrow SO_2\,(g) + 71$ *kcal.*

Solución *a)* $N_2\,(g) + 3H_2\,(g) \rightleftharpoons 2NH_3 + 22$ kcal. Es exotérmica (desprende calor).

Entalpía: $\Delta H = -22$ kcal.

b) $N_2\,(g) + O_2\,(g) \rightarrow 2NO - 43{,}2$ kcal

Reacción endotérmica que absorbe calor. Su entalpía es positiva:

$\Delta H = +43{,}2$ kcal

c) $S\ (s) + O_2\ (g) \rightarrow SO_2\ (g) + 71$ kcal

Desprende calor; por tanto, reacción exotérmica. Su entalpía es negativa:

$\Delta H = -71$ kcal

C-16.14. *Con los datos de las reacciones anteriores, deducir:*

a) *la energía mínima necesaria para formar un mol de NO;*
b) *el calor molar de formación del SO_2 (g);*
c) *el calor de formación de un mol de NH_3 (g);*
d) *el calor que se precisa para transformar 14 g de nitrógeno en NO (g);*
e) *los gramos de agua que se podrían calentar de 0º C a 100º C con el calor de combustión del azufre (reacción c del ejercicio anterior).*

Solución *a)* Según la reacción (b) del número anterior, para obtener 2 moles de NO se necesita gastar 43,2 kcal. Para tener 1 mol se precisará la mitad: 21,6 kcal.

b) Es el calor necesario para formar 1 mol de SO_2 a partir de sus elementos. Ese calor es de 71 kcal.

c) Al formar un mol de NH_3 según la reacción (a) del número anterior, se desprenden 11 kcal; es decir, la entalpía del proceso disminuye en 11 kcal/mol, luego éste será el calor que deben perder los elementos

$$\left(\frac{1}{2}\ N_2\right) \ \text{y} \ \left(\frac{3}{2}\ H_2\right) \quad \text{para formar un mol de } NH_3.$$

$$\frac{1}{2}\ N_2 + \frac{3}{2}\ H_2 \rightleftharpoons NH_3 + 11 \text{ kcal}$$

d) Dividimos por 2 la reacción (b) del ejercicio anterior y se tiene:

$$\frac{1}{2}\ N_2 + \frac{1}{2}\ O_2 \rightarrow NO - 21{,}6 \text{ kcal}$$

Este calor es el que se debe gastar para que reaccionen 14 gramos de N (1/2 N_2) y se conviertan en óxido nítrico.

e) El calor desprendido son 71 000 cal

$$Q = m \cdot ce \cdot \Delta t \quad ; \quad m = \frac{Q}{ce \cdot \Delta t}$$

Por tanto:

$$m = \frac{71\,000 \text{ cal}}{1 \text{ cal/g °C} \cdot (100 - 0) \text{ °C}} = 710 \text{ gramos de } H_2O$$

C-16.15. *¿Qué quiere decir que la energía se mantiene constante en las reacciones químicas?*

Solución Acabamos de ver en los procesos anteriores que, en unos, su entalpía ΔH es negativa y, en otros, positiva. Esto indica que en unos casos se desprende calor en la reacción y en otros se absorbe. Luego parece que la energía no se conserva. Pero si invertimos un proceso se observa que su entalpía experimenta la misma variación, pero de signo opuesto. Esto quiere decir que se conserva la energía química. Así, por ejemplo, si el calor de formación del amoniaco, NH_3, es de 11 kcal/mol, es decir, su $\Delta H = -11$ kcal/mol, para descomponer un mol de NH_3 en $\frac{1}{2} N_2 + \frac{3}{2} H_2$ habrá que gastar 11 kcal. Entonces $\Delta H = +11$ kcal/mol, de igual valor que en el proceso de formación pero de signo opuesto.

El calor que interviene en el proceso total es:

ΔH: -11 kcal/mol $+ 11$ kcal/mol $= 0$

Si la variación de entalpía es nula, la energía se conserva.

C-16.16. *La electrólisis de un electrólito cualquiera supone un gasto de energía. ¿De dónde procede?*

Solución La energía que se gasta en la electrólisis la suministra el generador eléctrico de corriente continua o pila.

C-16.17. *Ajustar las ecuaciones que se indican, poniendo los electrones que faltan:*

a) $Cu^{++} \rightarrow Cu;$ c) $Ag^{+} \rightarrow Ag;$ e) $H^{+} \rightarrow H.$
b) $Cl^{-} \rightarrow Cl;$ d) $OH^{-} \rightarrow OH;$

Solución *a)* $Cu^{++} + 2e^{-} \rightarrow Cu$

b) $Cl^{-} \rightarrow Cl + 1e^{-}$

c) $Ag^{+} + 1e^{-} \rightarrow Ag$

d) $OH^{-} \rightarrow OH + 1e^{-}$

e) $H^{+} + 1e^{-} \rightarrow H$

C-16.18. *Describir la electrólisis de una disolución acuosa de ClH.*

$ClH + (H_2O) \rightarrow Cl^{-} + H^{+}$

Solución Reacción anódica:

$$\left.\begin{array}{l} Cl^{-} \rightarrow Cl + 1e^{-} \\ Cl^{-} \rightarrow Cl + 1e^{-} \end{array}\right\} \rightarrow Cl + Cl \rightarrow Cl_2 (\uparrow)$$

Reacción catódica:

$$\left.\begin{array}{l} H^{+} + 1e^{-} \rightarrow H \\ H^{+} + 1e^{-} \rightarrow H \end{array}\right\} \rightarrow H + H \rightarrow H_2 (\uparrow)$$

En este proceso se desprenden volúmenes iguales de cloro y de hidrógeno (prescindimos de reacciones secundarias).

C-16.19. *Indicar los pasos necesarios para que se verifique la transformación: $Cl^{-} \rightarrow Cl_2$*

Solución *a)* Primero el ion cloruro Cl^{-} debe oxidarse perdiendo el electrón de carga:

$Cl^{-} \rightarrow Cl + 1e^{-}$

b) Luego, dos átomos de cloro reaccionan entre sí y forman la molécula de cloro:

$$Cl + Cl \rightarrow Cl_2$$

C-16.20. *¿Produce la electrólisis la corriente alterna? Razona la respuesta.*

Solución En la corriente alterna no se conserva la polaridad de los electrodos. Esto da origen a una emigración de los iones ahora a un electrodo y después al otro. En algunos casos algunos iones se descargan, pero no es posible obtener productos puros, sino, a lo más, mezclas de elementos. Por este motivo la electrólisis sólo se realiza con corriente eléctrica continua.

C-16.21. *Escribir las reacciones en el ánodo y en el cátodo de la electrólisis de los cuerpos:*

a) *bromuro potásico fundido;*
b) *disolución acuosa de NaOH;*
c) *disolución acuosa de $SO_4Cu \cdot 5H_2O$.*

Solución *a)* $$BrK \underset{\text{calor}}{\rightarrow} Br^- + K^+$$

Reacción anódica:

$$\left.\begin{array}{l} Br^- \rightarrow Br + 1e^- \\ Br^- \rightarrow Br + 1e^- \end{array}\right\} \rightarrow Br + Br \rightarrow Br_2$$

Reacción catódica:

$$K^+ + 1e^- \rightarrow K$$

Se obtiene bromo en el ánodo (por oxidación) y potasio en el cátodo (por reducción).

b) En la disolución acuosa de NaOH existen los iones Na^+ y OH^- provenientes del hidróxido de sodio, más los iones H^+ y OH^- del agua (en muy poca cantidad). Al hacer pasar la corriente, los iones hidroxilo se descargan en el ánodo; y en el cátodo se descargan los iones H^+ del agua, por ser más rápidos que los iones sodio. Resultado:

Reacción anódica:

$$\left.\begin{array}{l} OH^- \rightarrow OH + 1e^- \\ OH^- \rightarrow OH + 1e^- \end{array}\right\} \rightarrow OH + OH \rightarrow H_2O + \frac{1}{2} O_2\ (\uparrow)$$

Reacción catódica:

$$\left.\begin{array}{l} H^+ + 1e^- \rightarrow H \\ H^+ + 1e^- \rightarrow H \end{array}\right\} \rightarrow H + H \rightarrow H_2\ (\uparrow)$$

En el mismo tiempo se desprende doble volumen de hidrógeno que de oxígeno. No es posible obtener sodio metálico de una disolución ocuosa de la base o de una de sus sales.

c) Con una tensión apropiada se puede lograr descargar los iones Cu^{++} del sulfato disuelto, en el cátodo; en el ánodo, se desprende oxígeno.

Reacción anódica:

$$\left.\begin{array}{l} OH^- \rightarrow OH + 1e^- \\ OH^- \rightarrow OH + 1e^- \end{array}\right\} \rightarrow OH + OH \rightarrow H_2O + \frac{1}{2} O_2$$

El $SO_4^{=}$ también emigra al cátodo pero se descargan preferentemente los iones OH^-.
Reacción catódica:

$$Cu^{++} + 2e \rightarrow Cu$$

Se recoge en el cátodo cobre metálico, de ordinario depositado sobre el propio cátodo formado por una lámina fina de cobre puro.

El $SO_4Cu\,5H_2O$ se descompone en iones, al disolverse en H_2O.

$$SO_4Cu\,5\,H_2O + (H_2O) \longrightarrow SO_4^{=} + Cu^{++} + 5\,H_2O$$

C-16.22. *Verificamos la electrólisis de dos sales metálicas diferentes gastando la misma cantidad de electricidad; ¿qué metal se obtendrá en mayor cantidad? Razonar la respuesta.*

Solución La cantidad de metal obtenido es directamente proporcional a su peso equivalente, pues se gasta en los dos la misma carga eléctrica.

Sea: Eq' el equivalente del metal (1).

Eq" el equivalente del metal (2).

$$\left.\begin{array}{l} 1F \rightarrow Eq' \\ q \rightarrow m' \end{array}\right\} \rightarrow m' = q \cdot \frac{Eq'}{1F} \quad (1)$$

$$\left.\begin{array}{l} 1F \rightarrow Eq'' \\ q \rightarrow m'' \end{array}\right\} \rightarrow m'' = q \cdot \frac{Eq''}{1F} \quad (2)$$

Dividiendo m. a. m. (1) y (2) resulta:

$$\frac{m'}{m''} = \frac{Eq'}{Eq''}$$

"El peso de los metales obtenidos es directamente proporcional a sus equivalentes-gramo."

C-16.23. *Para obtener sodio metal, no se puede emplear como electrolito una solución acuosa de ClNa. ¿Por qué?*

Solución Porque en vez del Na^+ se descarga preferentemente en el cátodo el ion H^+ del agua por ser más veloz. De descargarse algún ion Na^+ se formará Na metal, que, en presencia del agua de la disolución, reacciona violentamente y forma:

$$Na + H - OH \rightarrow Na\,OH + \frac{1}{2} H_2$$

y de nuevo el sodio vuelve a la disolución en forma de ion Na^+.

C-16.24. *¿Hay alguna relación entre equivalente-gramo y equivalente-electroquímico?*

Solución Un faraday descompone o descarga un equivalente-gramo de cualquier sustancia y el equivalente electroquímico o sustancia descargada por un culombio es siempre el cociente entre el equivalente-gramo por el faraday.

$$E = \frac{\text{Eq-gramo}}{\text{Faraday}}$$

C-16.25. *¿Se puede afirmar que el faraday es una unidad de cantidad eléctrica?*

Solución Sí, pues es una cantidad constante de carga (1 F = 96 496 culombios) y, como tal, se puede tomar por unidad y medir cualquier carga eléctrica en relación con el faraday.

Así, 2 500 culombios es también:

2 500 C = 0,0259 faradays

PROBLEMAS DE APLICACION

P-16.1. *Calcular el equivalente-gramo de los elementos A, B y C, si reaccionan:*

a) *32 g de oxígeno con 48 g del elemento A.*
b) *2 g de oxígeno con 2 g del elemento B.*
c) *0,40 g de oxígeno con 1,0 g del elemento C.—*

Solución El equivalente-gramo del oxígeno es: $\dfrac{16\ \text{g}}{2} = 8$ gramos

a) Como la reacción se verifica equivalente a equivalente, se combinan igual número de equivalentes del elemento A que de oxígeno:
Número de equivalentes de oxígeno que han reaccionado:

$$n = \frac{32\ \text{g}}{8\ \text{g/Eq}} = 4\ \text{Eq}$$

que son también los equivalentes de A contenidos en los 48 g que reaccionaron de este elemento.

$$\text{Equivalente de A} = \frac{48\ \text{g}}{\text{núm. de Eq}} = \frac{48\ \text{g}}{4} = 12\ \text{g}$$

b) Equivalentes que reaccionan, en este caso, de O_2 y de (B):

$$n = \frac{2\ \text{g}}{8\ \text{g/Eq}} = \frac{1}{4}\ \text{Eq}$$

$$\text{Equivalente de B} = \frac{2\ \text{g}}{1/4} = 8\ \text{g}$$

c) Equivalentes que reaccionan de O_2 y de (C):

$$\frac{0{,}40\ \text{g}}{8\ \text{g/Eq}} = \frac{1}{20}\ \text{Eq}$$

$$\text{Equivalente de B} = \frac{1{,}0}{1/20} = 20\ \text{g}$$

P-16.2. *Al reaccionar los metales A, B y C con exceso de ácido, se desprende hidrógeno. Calcular el equivalente-gramo de esos metales, si:*

a) *0,30 g del metal A desplazó 0,025 g de hidrógeno.*
b) *0,65 g del metal B desplazó 0,020 g de hidrógeno.*
c) *2,95 g del metal C desplazó 0,050 g de hidrógeno.*

Solución Equivalente-gramo del hidrógeno: 1 g

a) Igualamos los equivalentes de hidrógeno y de metal que reaccionan:

$$\text{Número de Equiv. de hidrógeno} = \frac{0{,}025\ \text{g}}{1\ \text{g/Eq}} = 0.025\ \text{Eq.}$$

$$\text{Equivalente del metal A} = \frac{0{,}30 \text{ g}}{0{,}025} = 12 \text{ g}$$

b) Número de equivalentes que reaccionaron:

$$n = \frac{0{,}020 \text{ g}}{1 \text{ g/Eq}} = 0{,}020 \text{ Eq}$$

$$\text{Equivalente del metal B} = \frac{0{,}65 \text{ g}}{0{,}020} = 32{,}5 \text{ g}$$

c) Número de equivalentes que reaccionan:

$$n = \frac{0{,}050 \text{ g}}{1 \text{ g/Eq}} = 0{,}050 \text{ Eq}$$

$$\text{Equivalente del metal C} = \frac{2{,}95 \text{ g}}{0{,}050} = 59 \text{ g}$$

P-16.3. *Calcular el equivalente-gramo de los elementos A, B y C, si:*

a) *71 g de cloro se combinó con 24 g del elemento A.*
b) *0,355 g de cloro reaccionó con 0,186 g del elemento B.*
c) *5,00 g de cloro reaccionó con 1,45 g del elemento C.*

Solución El cloro es monovalente cuando se combina con el H_2, su equivalente-gramo es, por tanto.

$$Eq_{Cl} = \frac{35{,}5 \text{ g}}{1} = 35{,}5 \text{ g}$$

a) Número de equivalentes de cloro y del elemento A que reacciona:

$$n = \frac{71 \text{ g cloro}}{35{,}5 \text{ g/Eq}} = 2 \text{ Eq}$$

$$\text{Equivalente del elemento A} = \frac{24 \text{ g}}{2} = 12 \text{ g}$$

b) Número de equivalentes de cloro y del elemento B que han reaccionado:

$$n = \frac{0{,}355 \text{ g}}{35{,}5 \text{ g/Eq}} = 0{,}01 \text{ Eq}$$

$$\text{Equivalente del elemento B} = \frac{0{,}186 \text{ g}}{0{,}01} = 18{,}6 \text{ g}$$

c) Número de equivalentes de cloro y del elemento C que se han combinado:

$$n = \frac{5{,}00 \text{ g}}{35{,}5 \text{ g/Eq}} = 0{,}14 \text{ Eq}$$

$$\text{Equivalente del elemento C} = \frac{1{,}45 \text{ g}}{0{,}14} = 10{,}36 \text{ g}$$

P-16.4. *Al arder el azufre, 0,27 g de S producen 0,54 g de SO_2. Calcular el peso equivalente del azufre.*

Solución En 0,54 g de SO_2 hay 0,27 g de S; el resto es de oxígeno: $0{,}54 - 0{,}27 = 0{,}27$ g de oxígeno. Número de equivalentes de S y de O_2 que se han combinado:

$$n = \frac{0{,}27\ g\ O_2}{8\ g/Eq\ (O_2)} = 0{,}034$$

Equivalente del azufre $= \dfrac{0{,}27\ g}{0{,}034} = 8{,}0\ g$, el mismo que el del oxígeno, pues en este compuesto reaccionan en partes iguales.

P-16.5. *El óxido de un elemento contiene 25,8 por 100 de oxígeno en peso. Calcular el equivalente-gramo de ese elemento.*

Solución En 100 g de compuesto hay: 25,8 g de O_2 y 74,2 g del otro elemento.

Número de equivalentes que han reaccionado de cada uno:

$$n = \frac{25{,}8\ g\ O_2}{8\ g/Eq\ (O_2)} = 3{,}225\ Eq$$

Equivalente del elemento combinado con el $O_2 = \dfrac{74{,}2\ g}{3{,}225} = 23{,}0\ g$

P-16.6. *El cloruro del elemento A contiene 54,4 por 100 de cloro, en peso. Calcular el equivalente-gramo del elemento A.*

Solución En 100 g de cloruro hay: 54,4 g de Cl_2 y 45,6 g del elemento A.

Número de equivalentes que se han combinado:

$$n = \frac{54{,}4\ g\ Cl_2}{35{,}5\ g/Eq\ (Cl)} = 1{,}53\ Eq$$

Equivalente de $A = \dfrac{45{,}6\ g}{1{,}53} = 29{,}80\ g$

P-16.7. *El equivalente-gramo del calcio y del cloro son, respectivamente, 20 g y 35,5 g. Calcular la masa del cloro que reacciona con 0,313 g de calcio.*

Solución El cloro se combina con el calcio en razón de sus equivalentes. Luego:

$$\frac{20\ g\ (Ca)}{35{,}5\ g\ (Cl)} = \frac{0{,}313\ g\ (Ca)}{x} \qquad x = 0{,}556\ g\ de\ Cl_2$$

P-16.8. *El equivalente-gramo del hierro (III) es 18,7 g y el de oxígeno 8 g. Calcular la masa de óxido férrico que se puede obtener a partir de 6,06 g de hierro.*

Solución Calculemos el número de equivalentes de hierro que hay en 6,06 g de Fe:

$$n = \frac{6{,}06\ g\ (Fe)}{18{,}7\ g/Eq\ (Fe)} = 0{,}324\ Eq$$

Como al reaccionar se han de combinar 0,324 equivalentes de Fe y de O_2, la masa del óxido formado será la suma del Fe y de O_2, que reaccionan:

$Fe = 6{,}06\ g$

$O_2 = 0{,}324\ Eqs \cdot 8g/Eq = 2{,}59\ g$

Masa del Fe_2O_3 formado $= 6{,}06 + 2{,}59 = 8{,}65\ g$

P-16.9. *Se queman completamente 1,625 g de cinc en 960 cm³ de oxígeno, medidos en condiciones normales. Calcular el equivalente-gramo del cinc, si quedó un volumen de 680 cm³ de oxígeno (en c.n.) sin reaccionar.*

Solución Volumen de O_2 que reacciona: $(960 - 680)\ cm^3 = 280\ cm^3$.

Un mol de oxígeno, en c.n. ocupa 22 400 cm³. Por tanto:

$$\frac{22\,400\ cm^3/mol}{32\ g/mol} = \frac{280\ cm^3}{m} \qquad m = 0{,}4\ g \text{ de oxígeno combinado}$$

La cantidad de oxígeno combinado con 1,625 g de Zn son proporcionales a sus equivalentes:

$$\frac{0{,}4\ g \text{ de } O_2}{1{,}625\ g \text{ de Zn}} = \frac{8\ g\ (Eq\ O_2)}{Eq\ (Zn)} \qquad Eq_{(Zn)} = 32{,}5\ g$$

P-16.10. *[Un volumen de hidrógeno] se combina con [un volumen de cloro] para formar [2 volúmenes de cloruro de hidrógeno]*

Teniendo en cuenta la relación anterior, contesta razonadamente:

a) *si reaccionan 2 moléculas de hidrógeno, ¿cuántas moléculas de cloro reaccionarán?;*
b) *¿cuántas moléculas de ClH se formarán?;*
c) *si reaccionan un número impar de moléculas de hidrógeno, ¿cómo será el número de moléculas de cloro?;*
d) *¿y si fuera par?;*
e) *en los casos c) y d) ¿cómo es el número de moléculas de ClH que se forman?*

Solución *a)* 2 moléculas de hidrógeno han de reaccionar con 2 de cloro, pues en esta reacción se combinan mol a mol, o molécula a molécula.

b) Como la molécula de cloruro de hidrógeno es ClH y se han combinado 4 átomos de cloro y 4 de hidrógeno porque estas moléculas son diatómicas (Cl_2 y H_2), se formarán 4 moléculas de ClH:

$$2\,H_2 + 2\,Cl_2 \rightarrow 4\,ClH$$

c) El mismo número de moléculas de cloro, ya que se combinan molécula a molécula:

$$3\,H_2 + 3\,Cl_2 \rightarrow 6\,ClH$$

d) El mismo en ambos elementos:

$$4\,H_2 + 4\,Cl_2 \rightarrow 8\,ClH$$

e) En los casos *c)* y *d)* el número de moléculas de ClH que se forman siempre es par porque es múltiplo de 2.

P-16.11. *Si en 18 g de agua (un mol) hay $6{,}02 \cdot 10^{23}$ moléculas, calcular las moléculas de agua que hay en una gotita de agua de 0,009 g, y la masa en gramos de una molécula de agua.*

Solución *a)* $n = 6{,}02 \cdot 10^{23} \dfrac{\text{moléculas}}{mol} \cdot \dfrac{0{,}009\ g}{18\ g/mol} = 3{,}01 \cdot 10^{20}$ moléculas que hay en 0,009 gramos de agua.

b) $m_{H_2O} = \dfrac{18\ g/mol}{6{,}02 \cdot 10^{23}\ \text{moléc/mol}} = 2{,}99 \cdot 10^{-23}\ g$ es la masa de una molécula de agua.

P-16.12. ***Calcular** la energía que se desprende en una reacción química en la que se recogen 36 g de **agua** líquida al arder hidrógeno (la presión es de 1 atmósfera).*

Solución Reacción de combustión:

$$2\,H_2\,(g) + O_2 \rightarrow 2\,H_2O_{(l)}$$

El calor de formación del agua líquida (1 mol) (18 g) es de 68,3 kcal. ($\Delta H = -68{,}3$ kcal).

Al obtener 36 g ó 2 moles se desprenderá el doble de calor: $q = 136{,}6$ kcal.

P-16.13. *Dada la reacción: $H_2(g) + Br_2(liq) \rightarrow 2\,BrH\,(g) + 17{,}20$ kcal. Deducir el calor desprendido cuando se forma un mol de BrH.*

Solución Dividiendo la reacción dada por dos, tenemos:

$$\tfrac{1}{2}\,H_{2\,(g)} + \tfrac{1}{2}\,Br_{2(l)} \rightarrow BrH_{(g)} + 8{,}60\text{ kcal}$$

Y este es el calor que se desprende cuando se obtiene un mol de BrH; es decir, el calor de formación de BrH.

P-16.14. *Un mol de hidrógeno en condiciones normales (1 at de presión y 0° C) ocupa un volumen de 22,4 litros. Quemamos 10 litros de H_2 en las mismas condiciones, ¿cuántas calorías se desprenden?*

Solución Reacción de combustión del hidrógeno:

$$H_2\,(g) + \tfrac{1}{2}\,O_{2(g)} \rightarrow H_2O_{(l)} + 68{,}3\text{ kcal}$$

$$\text{Por tanto: } \frac{22{,}400\text{ lit}}{68{,}3\text{ kcal}} = \frac{10\text{ lit}}{x} \qquad x = 30{,}49\text{ kcal}$$

P-16.15. *Calcular la masa de sodio que se obtiene en hora y media de electrólisis de ClNa fundido, si la corriente es 2 amperios. Equivalente del sodio, 23 g.*

Solución Por la ley de Faraday

$$m = Eq = E \cdot it$$

$$\text{Es decir: } m = \frac{23\text{ g}}{96\,500\text{ C}} \cdot 2\text{ A} \cdot (3\,600 + 1\,800)\text{ sg} = 2{,}57\text{ g}$$

O bien: cantidad de electricidad gastada:

$$q = 2\text{ A} \cdot (3\,600 + 1\,800)\text{ seg} = 10\,800\text{ C}$$

$$\text{Por tanto: } \left.\begin{array}{l} 96\,500\text{ C} \longrightarrow 23\text{ g} \\ 10\,800\text{ C} \longrightarrow m \end{array}\right\} \rightarrow m = \frac{10\,800 \cdot 23\text{ g}}{96\,500} = 2{,}57\text{ g}$$

P-16.16. *Hallar la plata que se deposita en el cátodo de una pila electrolítica por una corriente de 11 amperios, durante dos horas, en una disolución de NO_3Ag.*

Solución Equivalente-g de la plata: $Eq = 107{,}88$ g

Cantidad de electricidad gastada:

$$q = 11\text{ A} \cdot 2 \cdot 3\,600\text{ s} = 79\,200\text{ C}$$

$$\text{Por tanto: } \frac{96\,500\text{ C}}{107{,}88\text{ g}} = \frac{79\,200\text{ C}}{m}; \qquad m = 88{,}54\text{ g de Ag}$$

P-16.17. *Un elemento químico de valencia 3 tiene doble masa atómica que la plata. Calcular su equivalente electroquímico.*

Solución $E = Eq/F;\quad \dfrac{\text{Equivalente-gramo}}{\text{Faraday}} = \text{Eq electroquímico}$

$$Eq = \frac{2 \cdot 107{,}88\ g}{3} = 71{,}92\ g$$

$$E = \frac{71{,}92\ g}{96\,500\ C} = 0{,}00075\ g/C = 7{,}5 \cdot 10^{-4}\ g/C$$

P-16.18. *Calcular la cantidad de electricidad que se necesita para obtener 10 g de hidrógeno en media hora. ¿Cuál fue la intensidad de la corriente?*

Solución *a)* El equivalente-g del hidrógeno es 1 g y necesita un Faraday (96 500 C) para que se desprenda. Por tanto:

$$\left.\begin{array}{l} 1\ g \longrightarrow 96\,500\ C \\ 10\ g \longrightarrow x \end{array}\right\} x = 965\,000\ C$$

b) $q = it;\quad i = \dfrac{q}{t} = \dfrac{965\,000\ C}{1\,800\ s} = 536{,}11\ A$

P-16.19. *Un voltámetro con disolución de NO_3Ag y electrodos de plata está conectado en serie con otro de sulfato de cobre y electrodos de cobre. Después de pasar 2 000 culombios por ambos, ¿qué peso de plata y de cobre se ha obtenido en los electrodos?*

Solución Por la segunda ley de Faraday, la cantidad de Ag y de Cu depositados son proporcionales a sus equivalentes-gramo.

$$Eq\ de\ Cu = \frac{Cu^{++}}{2} = \frac{63{,}54}{2} = 31.77\ g$$

$$Eq\ de\ Ag = \frac{107{,}88}{1} = 107{,}88\ g$$

$$\frac{m_{Ag}}{m_{Cu}} = \frac{107{,}88}{31{,}77} \qquad m_{Ag} = m_{Cu} \cdot \frac{107{,}88}{31{,}77}$$

Hallemos la masa de Cu depositada:

$$\left.\begin{array}{l} 96\,500\ C \longrightarrow 31{,}77 \\ 2\,000\ C \longrightarrow m \end{array}\right\} \rightarrow m_{Cu} = 0.658\ g\ de\ Cu$$

$$m_{Ag} = 0{,}658 \cdot \frac{107{,}88}{31{,}77} = 2{,}236\ g$$

P-16.20. *Se desean obtener 10 litros de oxígeno, medidos en condiciones normales, por electrólisis de una disolución acuosa de SO_4H_2; ¿qué cantidad de electricidad se necesita?*

Solución Un mol de oxígeno, 32 g, ocupa en condiciones normales 22,4 lit. El equivalente-gramo del oxígeno, $\dfrac{16}{2} = 8\ g$, ocupará un volumen $v = 22{,}4\ lit \cdot \dfrac{8}{32} = 5.6$ litros en c. n.

Por tanto: 96 500 C liberan un equivalente, 5,6 litros

q 10 litros

$$q = 10 \cdot \frac{96\,500\ \text{C}}{5,6} = 172\,321,43\ \text{C}$$

P-16.21. *Se desea platear un objeto de 200 cm² de superficie, por electrólisis, con corriente de 0,2 amperios durante 2 horas. Calcular el espesor de la capa de plata depositada. Densidad de la plata: d = 10,5 g/cm³.*

Solución Calculemos la masa de plata depositada:

$$m = \frac{107,88\ \text{g}}{96\,500\ \text{C}} \cdot 0,2\ \text{A} \cdot 2 \cdot 3\,600\ \text{seg} = 1,61\ \text{g}$$

Volumen que ocupa esta masa de plata:

$$v = \frac{m}{\rho} = \frac{1,61\ \text{g}}{10,5\ \text{g/cm}^3} = 0,15\ \text{cm}^3$$

Espesor de la capa de plata:

$$V = S \cdot h; \quad h = \frac{V}{S} = \frac{0,15\ \text{cm}^3}{200\ \text{cm}^2} = 0,00077\ \text{cm} = 7,7 \cdot 10^{-4}\ \text{cm}$$

P-16.22. *Una batería deposita en 30 minutos 0,4 g de plata en la electrólisis de una sal de plata. Si la diferencia de potencial en la batería es de 6 voltios, calcular:*

a) *los culombios gastados en la electrólisis;*
b) *la intensidad de la corriente en amperios, y*
c) *la energía en julios suministrada por la batería.*

Solución *a)* $m = \frac{Eq}{96\,500} \cdot I \cdot t; \quad I = \frac{m \cdot 96\,500}{Eq \cdot t}$

$$I = \frac{0,4\ \text{g} \cdot 96\,500\ \text{C}}{107,88\ \text{g} \cdot 30 \cdot 60\ \text{s}} = 0,199\ \text{A} \simeq 0,2\ \text{A}$$

$$q = I \cdot t = 0,2\ \text{A} \cdot 30 \cdot 60\ \text{s} = 357,80\ \text{culombios}$$

b) $I \simeq 0,2\ \text{A}$

c) Energía $= q \cdot V = 357,80\ \text{C} \cdot 6\ \text{V} = 2\,146,8$ Julios

O bien:

a) 96 500 C depositan 107,88 g de Ag

q " 0,4 g

$$q = 96\,500\ \text{C} \cdot \frac{0,4}{107,88} = 357,80\ \text{Culombios}$$

b) $I = \frac{q}{t} = \frac{357,80}{30 \cdot 60\ \text{s}} \simeq 0,2\ \text{A}$

c) Energía $= q \cdot V = 357,80\ \text{C} \cdot 6\ \text{V} = 2\,146,8$ Julios

P-16.23. *Puestos en serie 3 voltámetros con disoluciones de ClCu, SO_4Cu y Cl_3Fe, respectivamente, calcular los gramos de Cu y de Fe depositados durante 2 horas con la corriente de 4 amperios.*

Solución Equivalente-g de $Cu^{+} = \dfrac{63,54 \text{ g}}{1} = 63,54$ g

Equivalente-g de $Cu^{++} = \dfrac{63,54 \text{ g}}{2} = 31,77$ g

Equivalente-g de $Fe^{+++} = \dfrac{56 \text{ g}}{3} = 18,67$ g

a) $\dfrac{96\,500 \text{ C}}{63,54 \text{ g de } Cu^{+}} = \dfrac{4 \cdot 7\,200 \text{ C}}{x}$; $x = 18,96$ g

b) $\dfrac{96\,500 \text{ C}}{31,77 \text{ g de } Cu^{++}} = \dfrac{4 \cdot 7\,200 \text{ C}}{y}$; $y = 9,84$ g

c) $\dfrac{96\,500 \text{ C}}{18,96 \text{ g de } Fe^{+++}} = \dfrac{4 \cdot 7\,200 \text{ C}}{z}$; $z = 5,66$ g

P-16.24. *El equivalente electroquímico de un elemento es 0,000337. Calcular el equivalente químico de dicho elemento. 1 faraday = 96 500 culombios.*

Solución $E = \dfrac{\text{Eq químico}}{\text{Faraday}} = \dfrac{\text{Eq}}{F}$

$\text{Eq} = E \cdot F = 0,000337 \cdot 96\,500 = 32,52$

P-16.25. *El equivalente químico de un elemento es 103,5. Calcular su equivalente electroquímico (1 faraday = 96 500 culombios).*

Solución $E = \dfrac{\text{Eq}}{F}$; $E = \dfrac{103,5}{96\,500} = 0,0011$

P-16.26. *Por electrólisis de una disolución de NO_3Ag durante 20 minutos con corriente de 0,20 amperios, se depositaron en el cátodo 0,269 g de Ag. Calcular la plata depositada en una hora con intensidad de 0,42 amperios.*

Solución $m = \dfrac{\text{Eq}}{F} It \quad (1)$

$m' = \dfrac{\text{Eq}}{F} I't' \quad (2)$

Dividiendo m a m resulta:

$\dfrac{m}{m'} = \dfrac{It}{I't'}$; $m' = m \cdot \dfrac{I't'}{It}$

Sustituimos valores:

$m' = 0,269 \text{ g} \cdot \dfrac{0,42 \text{ A} \cdot 3\,600 \text{ s}}{0,20 \text{ A} \cdot 20 \cdot 60 \text{ s}} = 1,69$ g de Ag

P-16.27. *Hay puestos en serie dos voltámetros que contienen disoluciones de NO_3Ag y NaOH. Al paso de la corriente eléctrica, durante cierto tiempo, se recogen en el cátodo 9,25 g de plata y se desprenden 960 cm³ de hidrógeno (en c.n.). Calcular el equivalente-gramo de la plata.*

Solución Las masas desprendidas son proporcionales a los equivalentes del hidrógeno (1) y de la plata (Eq).

Calculemos primero la masa de hidrógeno obtenido:

$$\frac{22{,}4 \text{ lit}}{2 \text{ g}H_2} = \frac{0{,}960 \text{ lit}}{m} \quad ; \quad m = 0{,}086 \text{ g de } H_2$$

$$\left.\begin{aligned} m_{H_2} &= \frac{1}{F} \cdot I \cdot t \ (1) \\ m_{Ag} &= \frac{Eq}{F} \cdot I \cdot t \ (2) \end{aligned}\right\} \text{ Dividiendo } m_{H_2} \text{ a } m_{Ag} \text{ resulta:}$$

$$\frac{m_{H_2}}{m_{Ag}} = \frac{1}{Eq_{(Ag)}} \quad ; \quad Eq = \frac{m_{Ag}}{m_{H_2}}$$

$$Eq_{(Ag)} = \frac{9{,}25 \text{ g Ag}}{0{,}086 \text{ g } H_2} = 107{,}56 \text{ g}$$

P-16.28. *Se verifica la electrólisis de una disolución de sulfato cúprico con electrodos de platino. Se obtuvieron 4,20 g de cobre en el cátodo, ¿qué volumen de oxígeno se desprende en el ánodo durante esa electrólisis? Se mide el volumen en c.n. de p y t. Equivalente-gramo del cobre, Eq (Cu) = 31,8 g.*

Solución Equivalente, en volumen, del oxígeno = 5,6 litros (en c.n.).

$$\frac{Eq\ (Cu)}{m\ (Cu)} = \frac{Eq\ (O_2)}{V\ (O_2)}$$

$$\frac{31{,}8 \text{ g}}{4{,}20 \text{ g}} = \frac{5{,}6 \text{ litros}}{V} \quad ; \quad V = 5{,}6 \text{ lit} \cdot \frac{4{,}20}{31{,}8} = 0{,}740 \text{ litros}$$

P-16.29. *Siendo el equivalente electroquímico del hidrógeno $1{,}04 \cdot 10^{-5}$ g, calcular el tiempo necesario para obtener 0,0161 g de hidrógeno en la electrólisis de una disolución de hidróxido de sodio con una corriente de 1,2 amperios.*

Solución $m = E \cdot I \cdot t \quad ; \quad t = \dfrac{m}{EI}$

$$t = \frac{0{,}0161}{1{,}04 \cdot 10^{-5} \cdot 1{,}2} = 1\,290 \text{ s} = 21{,}50 \text{ mn}$$

P-16.30. *El volumen equivalente, en c.n., al equivalente-gramo del hidrógeno es 11,2 litros: calcular el volumen de hidrógeno y de oxígeno recogidos en la electrólisis de una disolución de ácido sulfúrico con corriente de 2 amperios durante media hora.*

Solución Equivalente del oxígeno en volumen = 5,6 litros en c.n.

a) Hidrógeno obtenido en media hora:

$$\frac{96\,500 \text{ C}}{11{,}2 \text{ lit}} = \frac{2 \cdot 1\,800 \text{ C}}{V} \quad ; \quad V_H = 0{,}4178 \text{ lit} = 417{,}8 \text{ cm}^3$$

b) El volumen de oxígeno es la mitad del de hidrógeno:

$$V_O = 208{,}9 \text{ cm}^3$$

ACIDEZ Y BASICIDAD 17

C-17.1. *Analogías y diferencias entre los conceptos de ácido de Arrhenius y Brönsted.*

Solución En ambas teorías el "ácido" desprende iones H^+, pero en la teoría de Arrhenius sólo lo hace en soluciones acuosas, mientras que según Brönsted es ácido todo cuerpo que cede iones H^+ en medio acuoso o en otro medio cualquiera.

C-17.2. *¿Es lo mismo ácido fuerte que ácido concentrado?, ¿qué diferencias encuentras?*

Solución No es igual ácido fuerte que ácido concentrado; más bien se contraponen en el sentido de que el ácido fuerte es el que está muy disociado en iones H^+, mientras que los ácidos concentrados suelen estar poco disociados en sus iones. Así, el ácido sulfúrico concentrado es más bien un cuerpo oxidante, mientras que diluido es un ácido fuerte.

C-17.3. *¿Una disolución acuosa de NH_3 es ácida o alcalina? ¿Por qué? Razona la respuesta.*

Solución La disolución acuosa de NH_3 es básica porque tiene tendencia a unirse a los protones H^+ del agua y forma iones amonio: $NH_3 + HOH \rightarrow NH^+_4 + OH^-$, quedando libres los iones hidroxilo (base fuerte).

C-17.4. *Completar las reacciones que se indican:*

a) $NaOH + ClH \longrightarrow$;
b) $Cl_2Ba + SO_4H_2 \longrightarrow$;
c) $Ca(OH)_2 + PO_4H_3 \longrightarrow$.

Solución *a)* $NaOH + ClH \rightarrow ClNa + H_2O$ (neutralización).

b) $Cl_2Ba + SO_4H_2 \rightarrow SO_4Ba + 2ClH$ (doble descomposición).

c) $Ca(OH)_2 + PO_4H_3 \rightarrow PO_4HCa + 2\,H_2O$ (neutralización parcial).

C-17.5. *Las reacciones del número anterior unas son de neutralización y otras no. Explica razonadamente cuáles son las primeras.*

Solución Son de neutralización la (a) y la (c), en la primera se neutralizan totalmente las propiedades ácidas y básicas porque desaparecen todos los iones H^+ y OH^-; mientras que en la tercera queda un hidrógeno sin neutralizar en forma de sal ácida (fosfato dicálcico).

C-17.6. *Escribir el nombre de los siguientes compuestos:*

a) NO_3Ag; b) $(NO_3)_2Cu$; c) CO_3Ca; d) $(CO_3H)_2Ca$; e) CO_3HNa; f) $(NO_3)_3Bi$; g) $(NO_3)_2OHBi$; h) $(NO_3)\,(OH)Zn$; i) $(FH)_2Ca$; j) $(PO_4)_2Ca_3$; k) $(PO_4H)Ca$; l) $(PO_4H_2)_2Ca$; m) SO_4Li_2; n) SO_4HNa

Solución *a)* Nitrato de plata.
b) Nitrato cúprico.
c) Carbonato cálcico.
d) Carbonato ácido de Ca.

e) Carbonato ácido o bicarbonato de sodio.

f) Nitrato de bismuto.

g) Nitrato básico o subnitrato de bismuto.

h) Nitrato básico o subnitrato de cinc.

i) Fluorhidrato o fluoruro ácido de calcio.

j) Fosfato tricálcico.

k) Fosfato dicálcico.

l) Fosfato monocálcico.

m) Sulfato de litio.

n) Sulfato ácido de sodio.

C-17.7. *Escribir las fórmulas de los cuerpos que se citan: sulfuro ácido de potasio, bicarbonato potásico, tricloruro de hierro, bisulfato amónico, subnitrato de plomo (II), metafosfato de calcio, hipofosfito de bario, fosfato monocálcico, permanganato potásico.*

Solución *a)* SHK; *b)* CO_3HK; *c)* Cl_3Fe; *d)* SO_4HNH_4; *e)* $NO_3(OH)Pb$; *f)* $(PO_3)_2Ca$; *g)* $(PO_2H_2)_2Ba$; *h)* $(PO_4H_2)_2Ca$; *i)* MnO_4K.

C-17.8. *Una disolución acuosa tiene un pH = 3,5. Razonar si es ácida o básica e indicar hacia qué color virará el papel tornasol y la fenolftaleína.*

Solución Una disolución con pH = 3,5 es ácida fuerte, pues la neutralización corresponde a una concentración de iones H^+ mucho menor (pH = 7). La fenolftalemia es incolora en esa disolución, y el papel de tornasol vira al rojo.

C.17.9. *¿Hay alguna diferencia entre una disolución acuosa de azúcar y otra de sal común?*

Solución Sí; la disolución acuosa del azúcar es molecular, y no conduce la corriente eléctrica; mientras que la disolución acuosa de ClNa es iónica y conduce la corriente eléctrica (electrólito).

C-17.10. *¿Es lo mismo base débil que base diluida?*

Solución No, aunque pueden coincidir. La base débil está poco disociada en iones OH^-; la base diluida tiene poca concentración de iones OH^-. Puede ser diluida y estar totalmente disociada en iones; en este caso sería una base fuerte poco concentrada.

C-17.11. *La gasolina posee hidrógenos y los alcoholes hidroxilos. ¿Por qué las primeras no tienen carácter ácido ni los segundos básico?*

Solución Porque la gasolina no cede iones H^+, y los alcoholes no desprenden iones OH^- ni captan iones H^+ en sus disoluciones.

C-17.12. *Una disolución neutra, ¿qué pH tiene? ¿Y una disolución fuertemente ácida? ¿Y si es fuertemente alcalina?*

Solución Una disolución neutra contiene la misma concentración de iones H^+ que de iones OH^-:

$[H^+] = [OH^-] = 10^{-7}$ moles/litro; su pH = 7

Una disolución fuertemente ácida contiene una concentración elevada de iones: H^+;

su $pH = 1$ ó 2

La que es fuertemente alcalina tiene pH alto porque tiene poca concentración de iones H^+ (y muchos iones OH^-). Su $pH = 13$ ó 14.

C-17.13. *Se preparan disoluciones cuyo pH varía en este orden: 6, 5, 4, 3, ... ¿Aumenta o disminuye la acidez en la serie?*

Solución La acidez de las disoluciones va aumentando al pasar de $pH = 6$ a $pH = 5, 4, 3$, etc., porque cada vez es mayor la concentración de iones H^+ en la disolución.

C-17.14. *El ácido sulfúrico es un ácido dibásico, y el fosfórico es tribásico, ¿qué quiere decir esto? Escribe la ionización de esos ácidos en fases sucesivas.*

Solución El ácido sulfúrico SO_4H_2 es dibásico (o diprótico) porque puede desprender 2 iones H^+ al reacionar con bases o sales; y el fosfórico PO_4H_3 es tribásico (o triprótico) porque puede liberar 3 iones H^+ al reaccionar con otros cuerpos (bases o sales).

$$SO_4H_2 + H_2O \rightarrow SO_4H^- + H_3O^+ \qquad (1.^o)$$

$$SO_4H^- + H_2O \rightarrow SO_4^{=} + H_3O^+ \qquad (2.^o)$$

$$PO_4H_3 + H_2O \rightarrow PO_4H_2^- + H_3O^+ \qquad (1.^o)$$

$$PO_4H_2^- + H_2O \rightarrow PO_4H^{=} + H_3O^+ \qquad (2.^o)$$

$$PO_4H^{=} + H_2O \qquad PO_4^{\equiv} + H_3O^+ \qquad (3.^o)$$

C-17.15. *¿Qué diferencia hay entre el cloruro de hidrógeno, ClH, gaseoso y su disolución acuosa?*

Solución El ClH gaseoso es un cuerpo neutro; pero disuelto en agua se descompone y desprende iones H^+ a la disolución comunicándole carácter ácido (ácido clorhídrico).

C-17.16. *¿Por qué se toma bicarbonato de sodio cuando se tiene acidez de estómago? Escribir la reacción que se verifica.*

Solución

$$ClH + CO_3HNa \rightarrow ClNa + \underbrace{CO_3 \downarrow H_2}_{CO_2 + H_2O}$$

En la reacción se forma ácido carbónico inestable que se descompone en dióxido de carbono y agua y desaparece la acidez (momentáneamente).

C-17.17. *¿Qué son cuerpos anfóteros o anfolitos? ¿Es el agua anfótero? Razona la respuesta.*

Solución Son sustancias que reaccionan como ácidos o como bases según el medio en que se encuentren.

El agua es anfótero, pues actúa como ácido y base débil, ya que se descompone en pequeña proporción en iones H^+ y OH^- según la reacción:

$$H_2O_{(1)} + H_2O_{(2)} \rightarrow H_3O^+ + OH^-$$

Según esta reacción la molécula de agua (2) actúa como ácido, pues cede un protón a la molécula (1) que lo acepta; luego esta molécula actúa como base.

C-17.18. *¿Qué se entiende por constante de ionización del agua? ¿Cuál es su valor a 25° C?*

Solución Es el producto de la concentración de los iones H^+ y OH^- (o bien H_3O^+ y OH^-) del agua natural. A 25° C este producto vale: $[H^+] \cdot [OH^-] = 10^{-14}$ (moles/lit).

C-17.19. *¿Qué es el pH de una disolución? ¿Para qué sirve?*

pH es el lógaritmo del inverso de la concentración de los iones H^+ de una disolución. Sirve para conocer el carácter ácido, básico o neutro de las disoluciones.

C-17.20. *¿Qué es una volumetría? ¿Cómo se calcula la concentración en las volumetrías? ¿Por qué?*

Solución Volumetría es el cálculo de la concentración de un ácido o de una base. Se mide en equivalentes por litro o normalidades, porque los ácidos y bases reaccionan (o se neutralizan) equivalente a equivalente. Conocidos los equivalentes del ácido (o de la base) empleados, se tienen, por tanto, los equivalentes de la base (o del ácido) que reaccionaron, pues necesariamente han de ser los mismos.

PROBLEMAS DE APLICACION

NOTA.—Para las masas atómicas, utilizar la tabla de pesos atómicos del texto.

P-17.1. *Calcular la concentración de iones hidroxilo, OH^- y el pH de las disoluciones acuosas, cuya concentración en iones H^+, en moles/litro, es:*

a) $1 \cdot 10^{-9}$; b) $1 \cdot 10^{-3}$; c) $1 \cdot 10^{-13}$; d) $3 \cdot 10^{-5}$;
e) $3{,}67 \cdot 10^{-11}$; f) $10{,}52 \cdot 10^{-3}$; g) $0{,}1$; h) $7 \cdot 10^{-7}$

Solución *a)* $[H^+] = 10^{-9}$; $[OH^-] = \dfrac{10^{-14}}{[H^+]} = \dfrac{10^{-14}}{10^{-9}} = 10^{-5}$ mol/lit

$pH = -\log [H^+] = -\log 10^{-9} = 9$

b) $[H^+] = 10^{-3}$; $[OH^-] = \dfrac{10^{-14}}{10^{-3}} = 10^{-11}$ moles/lit

$pH = -\log [H^+] = -\log 10^{-3} = 3$

c) $[H^+] = 10^{-13}$; $[OH^-] = \dfrac{10^{-14}}{10^{-13}} = 10^{-1} = 0{,}1$ moles/lit

$pH = -\log [10^{-13}] = 13$

d) $[H^+] = 3 \cdot 10^{-5}$; $[OH^-] = \dfrac{10^{-14}}{3 \cdot 10^{-5}} = 3{,}33 \cdot 10^{-10}$ moles/lit

$pH = -\log (3 \cdot 10^{-5}) = -\log 3 - \log 10^{-5} = 5 - \log 3 = 5 - 0{,}4771 = 4{,}52$

e) $[H^+] = 3{,}67 \cdot 10^{-11}$; $[OH^-] = \dfrac{10^{-14}}{3{,}67 \cdot 10^{-11}} = 2{,}72 \cdot 10^{-4}$ moles/lit

$pH = -\log (3{,}67 \cdot 10^{-11}) = -\log 3{,}67 - \log 10^{-11} = 11 - \log 3{,}67 = 11 - 0{,}565 = 10{,}44$

f) $[H^+] = 10{,}52 \cdot 10^{-3}$; $[OH^-] = \dfrac{10^{-14}}{10{,}52 \cdot 10^{-3}} = 9{,}5 \cdot 10^{-13}$ mol/lit

$pH = -\log (10{,}52 \cdot 10^{-3}) = -\log 10{,}52 - \log 10^{-3} = 3 - \log 10{,}52 = 3 - 1{,}02 = 1{,}98$

g) $[H^+] = 0{,}1$; $[OH^-] = \dfrac{10^{-14}}{0{,}1} = 10^{-13}$ moles/litro

$$pH = -\log(0{,}1) = 1$$

h) $[H^+] = 7 \cdot 10^{-7}$; $[OH^-] = \dfrac{10^{-14}}{7 \cdot 10^{-7}} = 1{,}43 \cdot 10^{-8}$ moles/lit

$$pH = -\log(7 \cdot 10^{-7}) = -\log 7 - \log 10^{-7} = 7 - \log 7 = 7 - 0{,}85 = 6{,}15$$

P-17.2. *Calcular el equivalente-gramo de los cuerpos que se citan:*

a) ClH; $NaOH$; NO_3H.
b) SO_4H_2; $Ca(OH)_2$; SO_3H_2.
c) CO_3HNa; SO_4Na_2; $(SO_4)_3Al_2$.

Solución *a)* $$Eq\,(ClH) = \frac{36{,}5\text{ g}}{1} = 36{,}5\text{ g}$$

$$Eq\,(NaOH) = \frac{40\text{ g}}{1} = 40\text{ g}$$

$$Eq\,(NO_3H) = \frac{63\text{ g}}{1} = 63\text{ g}$$

b) $$Eq\,(SO_4H_2) = \frac{98\text{ g}}{2} = 49\text{ g}$$

$$Eq\,(Ca(OH)_2) = \frac{74\text{ g}}{2} = 37\text{ g}$$

$$Eq\,(SO_3H_2) = \frac{82\text{ g}}{2} = 41\text{ g}$$

c) $$Eq\,(CO_3HNa) = \frac{94\text{ g}}{1} = 94\text{ g}$$

$$Eq\,(SO_4Na_2) = \frac{142\text{ g}}{2} = 71\text{ g}$$

$$Eq\,(SO_4)_3Al_2 = \frac{342\text{ g}}{6} = 57\text{ g}$$

P-17.3. *Calcular el número de equivalentes-gramo que hay en cada una de las muestras que se indican:*

a) *En 8,1 g de BrH; en 100 g de CO_3Na_2; en 35 g de NO_3H.*
b) *En 0,54 g de ClH; en 100 g de SO_4H_2; en 18,5 g de NaOH.*
c) *En 4,9 g de SO_4H_2; en 0,125 g de $Mg(OH)_2$; en 56 g de KOH*

Solución *a)* $Eq\,(BrH) = 81\text{ g}$ En 8.1 g de BrH hay: $\dfrac{8{,}1\text{ g}}{81\text{ g/Eq}} = 0{,}1$ equivalentes

$$Eq\ (CO_3Na_2) = 53\ g \quad \text{En } 100\ g \text{ hay: } \frac{100\ g}{53\ g/Eq} = 1{,}89\ Eq$$

$$Eq\ (NO_3H) = 63\ g \quad \text{En } 35\ g \text{ hay: } \frac{35\ g}{63\ g/Eq} = 0{,}56\ Eq$$

b) $$Eq\ (ClH) = 36{,}5\ g; \quad \text{en } 0{,}54\ g \text{ hay: } \frac{0{,}54\ g}{36{,}5\ g/Eq} = 0{,}015\ Eq$$

$$Eq\ (SO_4H_2) = 49\ g; \quad \text{en } 100\ g \text{ hay: } \frac{100\ g}{49\ g/Eq} = 2{,}04\ Eq$$

$$Eq\ (NaOH) = 40\ g; \quad \text{en } 18{,}5\ g \text{ hay: } \frac{18{,}5\ g}{49\ g/Eq} = 0{,}46\ Eq$$

c) $$Eq\ (SO_4H_2) = 49\ g; \quad \text{en } 4{,}9\ g \text{ hay: } \frac{4{,}9\ g}{49\ g/Eq} = 0{,}1\ Eq$$

$$Eq\ (Mg(OH)_2) = 29\ g; \quad \text{en } 0{,}125\ g \text{ hay: } \frac{0{,}125\ g}{29\ g/Eq} = 0{,}004\ Eq$$

$$Eq\ (KOH) = 56\ g; \quad \text{en } 56\ g \text{ hay: } \frac{56\ g}{56\ g/Eq} = 1\ Eq$$

P-17.4. *Deducir los equivalentes-gramo que existen en los volúmenes de las disoluciones que se dan:*

a) *En 500 cc de ClH 0,1 N; en 50 cc de ClH 0,5 N; en 100 cc de SO_4H_2 0,5 N.*
b) *En 50 cc de ClH 0,7 M; en 120 cc de NaOH 1,5 M; en 20 cc de SO_4H_2 0,5 M.*
c) *En 100 cc de $Ca(OH)_2$ 0,5 M; en 40 cc de NO_3H 2M; en 35 cc de SO_4H_2 1,2N.*

Solución Una disolución 1N contiene 1 Equivalente por litro:

a) Luego en 500 cc de disolución 0,1N de ClH habrá:

$0{,}5\ lit \cdot 0{,}1\ Eq/lit = 0{,}05\ Eq$ de ClH

Análogamente, en 50 cc. de ClH 0,5 N hay:

$0{,}050\ lit \cdot 0{,}5\ Eq/lit = 0{,}025\ Eq$

En 100 cc de SO_4H_2 0,5 N hay:

$0{,}100\ lit \cdot 0{,}5\ Eq/lit = 0{,}05\ Eq$ de SO_4H_2

b) En 50 cc de ClH 0,7 M = 0,7 N hay:

$0{,}050\ lit \cdot 0{,}7\ Eq/lit = 0{,}035\ Eq$ de ClH.

En 120 cc de NaOH 1,5 M (= 1,5 N) hay:

$0{,}120\ lit \cdot 1{,}5\ Eq/lit = 0{,}18\ Eq$ de NaOH.

En 200 cc de SO_4H_2 0,5 M (= 1 N) hay:

$0{,}020\ lit \cdot 1\ Eq/lit = 0{,}02\ Eq$ de SO_4H_2.

c) En 100 cc de Ca $(OH)_2$ 0,5 M (= 1 N) hay:

0,100 lit · 1 Eq/lit = 0,1 Eq de Ca $(OH)_2$

En 40 cc de NO_3H 2 M(= 2 N) hay:

0,040 lit · 2 Eq/lit = 0,08 Eq de NO_3H.

En 35 cc de SO_4H_2 1,2 N hay:

0,035 lit · 1,2 Eq/lit = 0,042 Eq de SO_4H_2

P-17.5. *Calcular los gramos que se necesitan para obtener las disoluciones que se quieren preparar, e indicar cómo se deben hacer:*

a) *250 cc de disolución acuosa de NaOH 0,2 N.*
b) *50 cc de disolución acuosa de KOH 0,125 N.*
c) *100 cc de disolución acuosa de SO_4H_2 0,10 N.*
d) *50 cc de disolución acuosa de $Ca(OH)_2$ 0,005 N.*

Solución a) Equivalente-g del NaOH = 40 g.

Un litro de disolución 0,2 N ó 0,2 Eq/lit contiene:

m = 0,2 Eq/lit · 40 g/Eq = 8 g

En 250 cm^3 de disolución o $^1/_4$ de litro habrá: m' = 8 g/lit · $^1/_4$ lit = 2 g

Para preparar 250 cm^3 de disolución 0,2 N se pesan 2 g de NaOH, se introducen en una probeta o vaso aforado y se diluyen hasta obtener ese volumen de disolución.

Análogamente se preparan las demás disoluciones.

b) Gramos de KOH contenidos en 50 cc de disolución 0,125 N.

En un litro de esa disolución hay:

m = 0,125 Eq/lit · 56 g/Eq = 7 g

En 50 cc habrá: m' = 7 g/lit · 0,050 lit = 0,35 g

Pesada esta cantidad, se diluye hasta tener 50 cc de disolución.

c) Gramos de SO_4H_2 contenidos en 100 cc 0,10 N.

Gramos en un litro:

m = 0,10 Eq/lit · 49 g/Eq = 4,9 g

En 100 cc hay: m' = 0,100 lit · 4,9 g/lit = 0,49 g

Para medir estos gramos de SO_4H_2 se toma el volumen de SO_4H_2 de densidad conocida que se precise y se diluye luego hasta 100 cc.

d) Gramos de Ca $(OH)_2$ contenidos en 50 cc de disolución 0,005 N.

Gramos contenidos en un litro:

m = 0,005 Eq/lit · 37 g/Eq = 0,185 g

En 50 cc habrá: m' = 0,050 lit · 0,185 g/lit = 0,0093 g

Pesado esto, se diluye hasta tener 50 cc de disolución.

P-17.6. *Se neutralizan 50 cc de una disolución de NaOH con 10 cc de ClH 1,2N. Calcular la concentración del hidróxido de sodio y los gramos de NaOH existentes en ese volumen.*

Solución Reacción:

$$ClH + NaOH \longrightarrow ClNa + H_2O$$

El número de equivalentes del ácido gastados es igual a los del hidróxido. Por tanto:

V_{lit} (ClH) N (ClH) = V_{lit} (NaOH) · N'(NaOH)

Es decir:

$0{,}010 \text{ lit} \cdot 1{,}2 \text{ Eq/lit} = 0{,}050 \text{ lit} \cdot N'$

$N' = 0{,}24$ Eq/lit.

Gramos que contienen:

$m = 0{,}24 \text{ Eq/lit} \cdot 40 \text{ g/Eq} = 9{,}6$ g de NaOH

P-17.7. *En una valoración volumétrica se neutralizaron 38 cc de disolución alcalina de NaOH con 22,5 g de disolución de ClH al 3 por 100. Calcular la normalidad de la solución de NaOH.*

Solución Calculamos los equivalentes-gramo de ClH que reaccionan:

$$m = \frac{22{,}5 \text{ g disol} \cdot 3}{100} = 0{,}675 \text{ g}$$

Número de Equivalente-g $= \dfrac{0{,}675 \text{ g}}{36 \text{ g/Eq}} = 0{,}0185$, que son también los de la base.

$$\text{Normalidad de NaOH} = \frac{0{,}0185 \text{ equivalentes}}{0{,}038 \text{ lit}} = 0{,}49 \text{ Eq/lit}$$

P-17.8. *Calcular los gramos de NaOH que reaccionan con SO_4H_2 para formar 1 g de SO_4Na_2.*

Solución Reacción: $SO_4H_2 + 2NaOH \rightarrow SO_4Na_2 + 2H_2O$

Según la reacción, 2 moles de NaOH forman un mol de SO_4Na_2:

$$\frac{2 \cdot 40 \text{ g NaOH}}{142 \text{ g } SO_4Na_2} = \frac{m}{1 \text{ g } SO_4Na_2}; \quad m = \frac{80 \text{ g}}{142} = 0{,}563 \text{ g de NaOH que reaccionan}$$

para formar 1 g de SO_4Na_2.

P-17.9. *Se desea preparar una disolución normal de KOH. ¿Cuántos gramos deben disolverse por litro de disolución? Para neutralizar 20 cc de esa disolución se necesitan 28 cc de disolución de ácido sulfúrico. Hallar la normalidad de la disolución del ácido y los gramos de sulfúrico contenidos en medio litro de esa disolución.*

Solución *a)* Un equivalente-gramo de KOH, es decir, 56 g

b) $V_b \cdot N_b = V_a \cdot N_a; \quad N_a = \dfrac{V_b \cdot N_b}{V_a} = \dfrac{20 \text{ cc} \cdot 1 \text{ N}}{28 \text{ cc}} = 0{,}714 \text{ N}$

c) Gramos contenidos en un litro de esta disolución de SO_4H_2:
$m = 0{,}714 \text{ Eq/lit} \cdot 49 \text{ g/Eq} = 35 \text{ g}$
En medio litro habrá: $m' = 35 \text{ g/lit} \cdot 0{,}5 \text{ lit} = 17{,}5 \text{ g}$

P-17.10. *Calcular los cm³ de disolución 0,5 M de SO_4H_2 que se necesitan para neutralizar 50 cc de disolución alcalina de hidróxido de sodio, 0,5 N.*

Solución La disolución 0,5 M de SO_4H_2 es una disolución 1N, pues contiene medio mol/litro, es decir, un equivalente-gramo/litro.

$$V_a \cdot N_a = V_b \cdot N_b$$

$$V_a = \frac{V_b \cdot N_b}{Na} = \frac{50\ m^3 \cdot 0,5\ N}{1\ N} = 25\ cm^3 \text{ de } SO_4H_2$$

P-17.11. *Calcular los gramos por litro que contiene una disolución de NaOH si 10 cc de esa disolución se neutralizan con 20 cc de otra disolución normal de ClH. ¿Cuántos gramos de ClNa se formarán en la neutralización?*

Solución Reacción:

$$NaOH + ClH \rightarrow ClNa + H_2O \quad (1)$$

Calculemos la concentración de la base:

$$V_b \cdot N_b = V_a \cdot N_a$$

$$N_b = \frac{V_a \cdot N_a}{V_b}$$

$$N_b = \frac{20\ cm^3 \cdot 1\ N}{10\ cm^3} = 2\ N$$

En un litro de disolución 2 N de NaOH hay:

$$m = 2\ Eq/lit \cdot 40\ g/Eq = 80\ g/lit \text{ de NaOH}$$

En los 10 cm³ de NaOH 2 N hay:

$$m' = 0,010\ lit \cdot 80\ g/lit = 0,80\ g \text{ de NaOH}$$

Y según la reacción de neutralización:

$$\frac{40\ g\ NaOH}{58,5\ g\ ClNa} = \frac{0,80\ g\ NaOH}{x}; \qquad x = 1,17\ g \text{ de ClNa}$$

P-17.12. *Calcular la normalidad de una disolución de KOH que contiene 1,68 g de hidróxido en 300 cc de disolución. ¿Qué cantidad de ClH se necesitará para neutralizar 150 cc de la disolución alcalina?*
¿Cuántos gramos de sal se habrán formado?

Solución Reacción:

$$ClH + KOH \rightarrow ClK + H_2O \quad (1)$$

a) Gramos de KOH contenidos en 1 litro de disolución.

$$m = \frac{1,68\ g}{0,300\ lit} = 5.6\ g/lit$$

$$\text{Normalidad} = \frac{5,6\ g/lit}{56\ g/Eq} = 0,10\ N$$

Gramos de KOH contenidos en 150 cm^3 de disolución:

$m' = 0{,}150 \text{ lit} \cdot 5{,}6 \text{ g/lit} = 0{,}84 \text{ g}$

b) Según la reacción (1):

$$\frac{56 \text{ g KOH}}{36{,}5 \text{ g ClH}} = \frac{0{,}84 \text{ g KOH}}{x} \quad ; \quad x = 0{,}547 \text{ g de ClH}$$

c) $$\frac{56 \text{ g KOH}}{74{,}5 \text{ g ClK}} = \frac{0{,}84 \text{ g KOH}}{y} \quad ; \quad y = 1{,}12 \text{ g de ClK}$$

P-17.13. *Se necesitan 20 cc de una disolución de hidróxido de sodio 1/10 N para neutralizar ácido sulfúrico. ¿Cuántos gramos de sulfúrico se han neutralizado? ¿Qué indicador pondrías en esta reacción? ¿Qué cambios de color observarías?*

Solución Calculemos los equivalentes de hidróxido y de sulfúrico que han reaccionado:

$$2NaOH + SO_4H_2 \rightarrow SO_4Na_2 + 2H_2O$$

$$n = 0{,}020 \text{ lit} \cdot \frac{1}{10} \text{ Eq/lit} = 0.002 \text{ Eq}$$

$$m_{SO_4H_2} = 0{,}002 \text{ Eq} \cdot 49 \text{ g/Eq} = 0.098 \text{ gramos}$$

Se emplea como indicador la fenolftalina que, en medio ácido, es incolora y en medio básico rosada.

P-17.14. *Tenemos 10 cc de una disolución 0,1 molar de NaOH. Hallar los gramos de NaOH contenidos en un litro de esa disolución, y los centímetros cúbicos de esa disolución que debemos tomar para preparar 100 cc de disolución 0,05 N de NaOH.*

Solución *a)* Un litro de disolución 1M de NaOH contiene un mol, 40 g de NaOH disuelto; la disolución 0,1 M contendrá diez veces menos, es decir, 4 g.

b) La disolución 0,1 M es 0,1 N en el NaOH.

Los gramos de NaOH contenidos en 0.100 lit. de solución 0,05 N, son los que están contenidos en V_{lit} de la solución 0,1 N. Igualando los gramos de las dos soluciones, tenemos:

$$0{,}100 \text{ lit} \cdot 0{,}05 \text{ Eq/lit} \cdot 40 \text{ g/Eq} = V_{lit} \cdot 0.1 \text{ Eq/lit} \cdot 40 \text{ g/Eq}$$

De donde: $V = 0{,}05 \text{ lit} = 50 \text{ cm}^3$.

P-17.15. *Calcular los cm^3 de disolución 0,2 M de ácido sulfúrico que se necesitan para neutralizar 20 cm^3 de disolución alcalina que contiene 15 g de NaOH en 400 cc.*

Solución Normalidad de la solución de SO_4H_2:

$$N = 2 \cdot 0{,}2 = 0{,}4 \text{ Eq/lit.}$$

Normalidad de la solución de NaOH:

Gramos de NaOH contenidos en un litro de solución:

$$m = \frac{15 \text{ g}}{0{,}400 \text{ lit}} = 37{,}5 \text{ g/lit}$$

$$N = \frac{37{,}5 \text{ g/lit}}{40 \text{ g/Eq}} = 0{,}94 \text{ Eq/lit}$$

$$V_b \cdot N_b = V_a N_a' \quad ; \quad V_a = \frac{V_b \cdot N_b}{N_a}$$

$$V_a = \frac{20 \text{ cm}^3 \cdot 0{,}94 \text{ Eq/lit}}{0{,}4 \text{ Eq/lit}} = 47 \text{ cm}^3$$

P-17.16. *Calcular los moles de ClH, medidos en condiciones normales, que se necesitan para neutralizar una disolución de 50 g de $Ca(OH)_2$ en agua.*

$2\,ClH + Ca(OH)_2 \rightarrow Cl_2Ca + 2\,H_2O$

Solución Equivalentes de $Ca(OH)_2$ disueltos:

$$n = \frac{50 \text{ g}}{37 \text{ g/Eq}} = 1{,}35 \text{ Eq de } Ca(OH)_2$$

En la neutralización reaccionan igualmente 1,35 Eq de ClH, que equivalen a 1,35 moles de ClH.

P-17.17. *Calcular los gramos de disolución acuosa de ClH al 30 por 100 que se necesitan para neutralizar una disolución que contiene 10 g de NaOH en agua.*

Solución $ClH + NaOH \rightarrow ClNa + H_2O$

Calculemos los equivalentes que han reaccionado:

$$n = \frac{10 \text{ g NaOH}}{40 \text{ g/Eq}} = 0{,}25 \text{ Eq}$$

En 0,25 Eq de ClH hay:

$m = 0{,}25 \text{ Eq} \cdot 36{,}5 \text{ g/Eq} = 9.125 \text{ g de ClH}.$

Si la disolución es de 30 por 100 en masa de ClH, los gramos de disolución empleados son:

$$\frac{100}{30} = \frac{x}{9{,}125} \quad ; \quad x = 30{,}42 \text{ g de disolución}$$

P-17.18. *Deseamos preparar 2 litros de disolución 0,2 N de KOH; ¿cuántos gramos hemos de pesar? Tomamos 100 cc de esa disolución y los queremos neutralizar con ClH. ¿Cuántos gramos se necesitarán?*

Solución Un litro de solución 1 N contiene 56 g de KOH.

Un litro de solución 0,2 N contiene: $56 \text{ g} \cdot 0{,}2 = 11{,}2 \text{ g}$

En 2 litros hay: $11{,}2 \text{ g} \cdot 2 = 22{,}4$ g de KOH, que es el peso que hemos de medir para disolver luego hasta los 2 litros de disolución.

$KOH + ClH \rightarrow ClK + H_2O$

Calculemos los equivalentes de base y ácido que han reaccionado:

$n = 0{,}100 \text{ lit} \cdot 0{,}2 \text{ Eq/lit} = 0{,}02 \text{ Eq}$

que contiene: $m = 0{,}02 \text{ Eq} \cdot 36{,}5 \text{ g/Eq} = 0{,}73$ g de ClH empleado en la neutralización.

P-17.19. *Se disuelven 120 g de NaOH en agua hasta obtener medio litro de disolución. Determinar:*

a) *la molaridad de la disolución obtenida;*

b) *los cc de esa disolución que se precisan para neutralizar 50 cc de SO_4H_2 0,5 N.*

Solución *a)* $$M = \frac{\text{Núm. de moles}}{\text{Litros de disolución}}$$

$$M = \frac{\dfrac{120 \text{ g}}{40 \text{ g/mol}}}{0{,}5 \text{ lit}} = 6 \text{ moles/lit}$$

b) En el NaOH, 6 M = 6 N = 6 Eq/lit

$$V_a N_a = V_b \cdot N_b$$

$$V_b = \frac{50 \text{ cm}^3 \cdot 0{,}5 \text{ N}}{6 \text{ N}} = 4{,}167 \text{ cm}^3 \text{ de NaOH}$$

P-17.20. *Se neutraliza 12 cc de una disolución de ClH con 24 cc de NaOH 1 N. Calcular el volumen de ClH, medido en condiciones normales, contenido en un litro de la disolución ácida.*

Solución $ClH + NaOH \rightarrow ClNa + H_2O$

Equivalentes de ClH y NaOH que han reaccionado:

$n = 0{,}024 \text{ lit} \cdot 1 \text{ Eq/lit} = 0{,}024 \text{ Eq}$

Gramos de ClH gastados:

$m = 0{,}024 \text{ Eq} \cdot 36{,}5 \text{ g/Eq} = 0{,}876 \text{ gramos}$

Gramos de ClH contenidos en un litro de esa disolución:

$$\frac{12 \text{ cm}^3}{0{,}876 \text{ g}} = \frac{1\,000 \text{ cm}^3}{x} \quad ; \quad x = 73 \text{ gramos/lit}$$

Como un mol de ClH = 36,5 g, ocupan 22,4 litros, los 73 g ocuparán:

$$V = 22{,}4 \text{ lit} \cdot \frac{73}{36{,}5} = 44{,}8 \text{ litros en c.n.}$$

P-17.21. *Tomamos 10 cc de una disolución clorhídrica comercial y se disuelven luego con agua destilada hasta obtener 100 cc de la nueva disolución. Luego neutralizamos 20 cc de esta última disolución con 20 cc de NaOH 1 N. Calcular la concentración, en normalidad y en gramos/litro de la disolución primitiva del ClH comercial.*

Solución $ClH + NaOH \rightarrow ClNa + H_2O$

Normalidad de la disolución preparada:

$$V_a \cdot N_a = V_b \cdot N_b$$

$$20 \text{ cc} \cdot N' = 20 \text{ cc} \cdot 1 \text{ N} \quad ; \quad N = 1 \text{ N}$$

En 100 cc de disolución 1 N de ClH hay 3,65 gramos. Esta masa de ClH proviene de los 10 cm^3 de la disolución comercial. Un litro de esta disolución comercial contiene:

$$\frac{3,65 \text{ g}}{10 \text{ cm}^3} \cdot 1\,000 \text{ cm}^3 = 365 \text{ g de ClH}$$

Normalidad de esta disolución:

$$N = \frac{\text{Núm. de equivalentes}}{\text{Volumen en litros}}$$

$$N = \frac{365 \text{ g/lit}}{36,5 \text{ g/Eq}} = 10 \text{ Eq/lit}$$

P-17.22. *Calcular el pH de una disolución ácida que contiene $2,5 \cdot 10^{-6}$ iones-gramo de H^+ en 200 cc de disolución.*

Solución Calculemos la concentración en iones-gramo/litro de H^+:

$$\frac{200 \text{ cm}^3}{2,5 \cdot 10^{-6} \text{ iones g}} = \frac{1\,000 \text{ cm}^3}{x} \quad ; \quad x = 1,25 \cdot 10^{-5} \text{ iones-gramo/litro}$$

$$pH = -\log [H^+] = -\log (1,25 \cdot 10^{-5}) = -\log 1,25 - \log 10^{-5} = 5 - \log 1,25 = 4,9$$

P-17.23. *Hallar la concentración de iones H^+ en moles/litro de unas disoluciones cuyos pH son:*

a) *5;* b) *9;* c) *5,7;* d) *3,9;* e) *0,52;* f) *1,45.*

Solución *a)* $pH = 5 \quad ; \quad pH = -\log [H^+] \quad ; \quad \log [H^+] = -pH$

Pasando de los logaritmos a los números:

$[H^+] = 10^{-pH}$ (1)

En este caso:

$[H^+] = 10^{-5}$ moles/litro

b) $pH = 9$; según la (1): $[H^+] = 10^{-9}$ moles/lit

c) $pH = 5,7$; $[H^+] = 10^{-5,7} = 10^{-6} \cdot 10^{0,3}$

$$[H^+] = 10^{-6} \cdot \sqrt[10]{10^3} = 1,995 \cdot 10^{-6} \text{ moles/lit}$$

d) $pH = 3,9$; $[H^+] = 10^{-3,9} = 10^{-4} \cdot 10^{0,1} = \sqrt[10]{10} \cdot 10^{-4}$

$$= 1,26 \cdot 10^{-4} \text{ moles/lit}$$

e) $pH = 0,52$; $[H^+] = 10^{-0,52} = \dfrac{1}{10^{0,52}} = \dfrac{1}{3,31} = 0,30$ moles/lit

f) $pH = 1,45$; $[H^+] = 10^{-1,45} = 10^{-2} \cdot 10^{0,55} = 10^{\frac{55}{100}} \cdot 10^{-2} = 3,55 \cdot 10^{-2}$ moles/lit

P-17.24. *Tenemos una disolución 0,025 molar de SO_4H_2; ¿qué pH tiene?*

Solución $[H^+] = 0,025 \text{ M} = 2,5 \cdot 10^{-2}$ moles/lit

$$pH = -\log [H^+]) = -\log (2{,}5 \cdot 10^{-2}) = -\log 2{,}5 - \log 10^{-2}$$

$$= 2 - \log 2{,}5 = 2 - 0{,}398 = \mathit{1{,}60}$$

P-17.25. *Una disolución alcalina tiene una concentración de $[OH^-] = 0{,}95$ molar. Hallar el pH de esa disolución.*

Solución $[OH^-] = 0{,}95\ M$

Como:

$$[OH^-]\,[H^+] = 10^{-14}\ (\text{mol/lit})^2$$

$$[H^+] = \frac{10^{-14}\ (\text{mol/lit})^2}{0{,}95\ \text{moles/lit}} = 10{,}53 \cdot 10^{-15}\ \text{moles/lit}$$

$$pH = -\log [H^+] = -\log (10{,}53 \cdot 10^{-15})$$

$$= -\log 10{,}53 - \log 10^{-15} = 15 - \log 10{,}53$$

$$= 15 - 1{,}02 = \mathit{14{,}98}$$

C-18.1. *En la oxirreducción siguiente, indica razonadamente el cuerpo que se oxida y el que se reduce:*

$$Cl_2 + SO_3Na_2 + H_2O \longrightarrow 2\,ClH + SO_4Na_2$$

¿qué le pasa al hidrógeno y al sodio?

Solución En la reacción de oxi-reducción

$Cl_2 + SO_3Na_2 + H_2O \rightarrow 2\,ClH + SO_4Na_2$

se oxida el sulfito sódico para pasar a sulfato, y se reduce el cloro al formar el cloruro de hidrógeno.
En el sulfito, el átomo que realmente se ha oxidado es el azufre al perder $2\,e^-$, según la reacción:

$S^{4+}O_3^{=} \rightarrow S^{6+}O_4^{=} + 2\,e^-$

El cloro se reduce, al captar $2\,e^-$, según la reacción

$Cl^0_2 + 2\,e^- \rightarrow 2\,Cl^-$

electrones cedidos por el azufre al oxidarse.
El sodio y el hidrógeno ni se oxidan ni se reducen, pues su número de oxidación es constante y de valor $+1$ en ambos.

C-18.2. *Al reaccionar en solución acuosa el ácido sulfuroso y el hipoclorito sódico se forman cloruro sódico y ácido sulfúrico:*

a) *Escribe la reacción ajustada.*
b) *Razona el cuerpo que se oxida y el que se reduce.*

Solución $SO_3H_2 + ClONa \rightarrow ClNa + SO_4H_2$

En esta reacción se oxida el azufre y se reduce el cloro.

a) Semi-reacción de oxidación:

$S^{4+}O_3^{=} + OH^- - 2\,e^- \rightarrow S^{6+}O_4^{=} + H^+$

b) Semi-reacción de reducción:

$Cl^{+1}O^- + 2H^+ + 2\,e^- \rightarrow Cl^- + H_2O$

Sumadas ambas semi-reacciones obtenemos la reacción iónica global:

$S^{4+}O_3^{=} + Cl^{+1}O^- + (OH^+ + H^+) \rightarrow S^{6+}O_4^{=} + Cl^- + (H_2O)$

Es decir:

$SO_3H_2 + ClONa \rightarrow SO_4H_2 + ClNa$

C-18.3. *Nombra tres sustancias que sean oxidantes enérgicos. ¿Por qué?*

Solución El ácido nítrico (NO_3H), el permanganato potásico (MnO_4K) y el cloro (Cl_2), porque el NO_3H tiene tendencia a pasar a ácido nitroso ($-NO_2H-$); el permanganato potásico, en medio ácido, forma sal manganosa, Mn^{2+}, perdiendo el Mn^{+7}, 5 e^-, y el átomo de cloro capta fácilmente un electrón y se convierte en ion cloruro Cl^-.

C-18.4. *Nombra tres cuerpos que sean fuertes reductores. ¿Por qué?*

Solución Son reductores enérgicos los metales alcalinos, como el Cs, porque tiene tendencia a pasar a ion Cs^+; los sulfitos (SO_3Na_2), porque tienden a convertirse en sulfatos (SO_4Na_2) como compuestos más estables, cediendo el azufre 2 electrones, y el CO, porque fácilmente se transforma en CO_2 cediendo el carbono 2 electrones.

C-18.5. *Ajustar por el método del ion electrón la reacción redox:*

$$I_2 + NO_3H \rightarrow IO_3H + NO_2 + H_2O$$

Solución En la reacción

$$I_2 + NO_3H \rightarrow IO_3H + NO_2 + H_2O$$

se oxida el yodo y se reduce el nitrógeno.

Semirreacción de oxidación:

$$I^o_2 + 6OH^- - 10\,e^- \rightarrow 2\ I^{5+}O^-_3 + 6\ H^+$$

Semirreacción de reducción:

$$N^{5+}O^-_3 + 2H^+ + 1\,e^- \rightarrow N^{4+}O_2 + H_2O$$

Multiplicamos la última por 10 para igualar los electrones intercambiados, y luego sumamos ambas semirreacciones:

$$I^o_2 + 10\ N^{5+}O^-_3 + 6\ OH^- + 20\ H^+ \rightarrow 2\ I^{5+}O_3^- + 6\ H^+ + 10\,NO_2 + 10\,H_2O$$

Reducimos términos:

$$I^o_2 + 10\ N^{5+}O^-_3 + 8\ H^+ \rightarrow 2\,I^{5+}O^-_3 + 10\ NO_2 + 4\ H_2O$$

A esta ecuación iónica global corresponde la ecuación molecular:

$$I_2 + 10\,NO_3H \rightarrow 2\,IO_3H + 10\,NO_2 + 4\,H_2O$$

En las 10 moléculas de NO_3H están incluidos los 8 H^+ que forman agua más los 2 H^+ que entran en las moléculas de I O_3H.

C-18.6. *¿Qué se entiende por oxidación? ¿Qué es un cuerpo oxidante?*

Solución Oxidación es todo proceso en el cual un átomo pierde o cede algún electrón.
Y son oxidantes los cuerpos que captan fácilmente electrones porque son electronegativos.

C-18.7. *¿Qué es reducción? ¿Qué cuerpos son reductores?*

Solución Reducción es el proceso por el cual un átomo capta algún electrón que le cede otro.
Son reductores los cuerpos que ceden con facilidad electrones de valencia.
Cuando un cuerpo se oxida, él se reduce; cuando un cuerpo reduce a otro, él se oxida.

C-18.8. *Cuando un cuerpo reacciona como reductor, se oxida. ¿Es esto cierto? ¿Por qué?*

Solución Sí, porque pierde o cede electrones.

C-18.9. *Cuando un cuerpo actúa como oxidante, se reduce. ¿Es cierto esto? ¿Por qué?*

Solución Sí, porque capta o acepta electrones de otro.

C-18.10. *Completar y ajustar la oxi-reducción siguiente:*

$Cl_3Fe + Cl_2Sn \longrightarrow Cl_2Fe + \ldots\ldots\ldots\ldots$

$Cl_3Fe + Cl_2Sn \rightarrow Cl_2Fe + Cl_4Sn$

Solución Se oxida el estaño al formar cloruro estánnico; el hierro se reduce.

a) Semi-ecuación de oxidación:

$Sn^{2+} - 2_e^- \rightarrow Sn^{4+}$

b) Semi-ecuación de reducción:

$F^{3+} + 1e^- \rightarrow Fe^{2+}$

Multiplicamos esta ecuación por 2 para igualar los electrones intercambiados y sumamos las dos para formar la ecuación iónica global:

$Sn^{2+} + 2\,Fe^{3+} \rightarrow Sn^{4+} + 2\,Fe^{2+}$

A esta ecuación corresponde la ecuación molecular:

$Cl_2Sn + 2\,Cl_3Fe \rightarrow Cl_4Sn + 2\,Cl_2Fe$

C-18.11. *Ajustar la siguiente reacción:* $ClH + MnO_2 \longrightarrow Cl_2Mn + H_2O + Cl_2$.

Solución En la reacción

$ClH + MnO_2 \rightarrow Cl_2Mn + H_2O + Cl_2$.

Se reduce el manganeso y se oxida el cloro.

a) Semi-ecuación de oxidación:

$2\,Cl^- - 2\,e^- \rightarrow Cl_2$

b) Semi-ecuación de reducción:

$Mn^{4+}O_2 + 2\,e^- + 4\,H^+ \rightarrow Mn^{2+} + 2\,H_2O$

Sumamos:

$2\,Cl^- + Mn^{4+}O_2 + 4\,H^+ \rightarrow Mn^{2+} + 2\,H_2O + Cl_2$ (1)

A esta ecuación iónica global corresponde la ecuación molecular:

$4\,ClH + MnO_2 \rightarrow Cl_2Mn + 2\,H_2O + Cl_2$ (2)

En la (1) los $4\,H^+$ provienen del ClH; en ella sólo aparecen $2\,Cl^-$, y no 4, porque hay dos iones Cl^- que no se oxidan, ya que permanecen en forma de Cl_2Mn en la (2).

C-18.12. *Indicar en las reacciones siguientes un elemento que se haya oxidado y otro que se haya reducido, razonándolo:*

a) $Cl_2Fe + Cl_2 \rightarrow Cl_3Fe;$
b) $Cl_2Hg + Cl_2Sn \rightarrow Cl_4Sn + Hg;$
c) $Cl_2 + 2IK \rightarrow 2ClK + I_2.$

Solución *a)* En la reacción (a) se oxida el hierro porque pasa de Fe^{2+} a Fe^{3+} perdiendo un electrón y se reduce el cloro Cl_2, porque cada átomo capta un electrón para pasar a Cl^-.

b) En la (b) se oxida el estaño, Sn, porque pierde dos electrones pasando de Sn^{2+} a Sn^{++}, y se reduce el mercurio, Hg^{++}, que capta 2e y se convierte en mercurio molecular: Hg^o.

c) En la (c) se oxida el yodo porque cede cada átomo un electrón y se convierte en yodo molecular: $2I^- \rightarrow I_2 + 2e^-$; y se reduce el cloro que capta los electrones cedidos por el yodo: $Cl_2 + 2e^- \rightarrow 2Cl^-$ y forma el ion cloruro.

C-18.13. *Indicar razonadamente el número de oxidación del cromo en los compuestos siguientes:* a) Cr_2O_3; b) CrO_4K_2; c) Cr_2O_7Ca.

Solución En una molécula neutra el número de electrovalencias positivas y negativas es el mismo; su suma es cero. En estas moléculas el oxígeno es (-2), el potasio $(+1)$ y el Ca $(2+)$.

Por tanto, el cromo en el Cr_2O_3 es:

$2Cr + 3(-2) = 0 \rightarrow Cr = 3+$

En el cromato (b) $Cr + 4(-2) + 2(+1) = 0 \rightarrow Cr = 6+$

En el dicromato (c), $2Cr + 7(-2) + (2+) = 0 \rightarrow Cr = 6+$

C-18.14. *¿Qué es una combustión desde el punto de vista químico?*

Solución La combustión es una oxidación enérgica en la cual se desprende calor y luz. Cuando arde un elemento, se combina con el oxígeno atmosférico y forma el óxido más estable, si las condiciones son las convenientes:

$C + O_2 \rightarrow CO_2 + 94\ \text{kcal}\ (\Delta H = -94\ \text{kcal})$

En esta combustión el carbono ha cedido (compartido) 4 electrones con el oxígeno y se desprenden 94 kcal/mol (por eso la variación de entalpía es negativa).

C-18.15. *Si hacemos reaccionar el ácido sulfúrico SO_4H_2 concentrado y caliente con cobre, ¿se obtiene hidrógeno? ¿Por qué? Escribe la reacción que se produce.*

Solución En esta reacción el sulfúrico concentrado actúa como oxidante; y por otra parte el cobre, menos reductor que el hidrógeno, nunca le desplaza o reduce de sus compuestos.

Se produce una oxi-reducción del azufre y del cobre según la reacción:

$2SO_4H_2 + Cu \rightarrow SO_4Cu + SO_2 + 2H_2O$

a) Oxidación del cobre:

$Cu - 2e^- \rightarrow Cu^{2+}$

b) Reducción del azufre:

$S^{6+}O_4^{=}2H^+ + 2e^- \rightarrow S^{4+}O_3^{=} + H_2O$

C-18.16. *Explica razonadamente qué metales de los que se citan reaccionan con ClH en disolución acuosa y desprenden hidrógeno:*

Mg, Ag, Al, Fe, Cu

Solución Reducen al hidrógeno en el ClH los metales más reductores que él; es decir, los que están encima del H_2 en la tabla de tensiones; entre los indicados, sólo le reducen el Mg, Al y Fe. No le reducen el cobre y la plata.

C-18.17. *Indica razonadamente qué cuerpos son reductores entre los que se citan:*

O_2, CO, CO_2, C, Cl_2, K, Cu, Al, SO_2, H_2

Solución Entre los indicados son reductores:

- monóxido de carbono $C^{2+}O$ porque tiende a pasar a $C^{4+}O_2$.
- carbono, C^{0}, pues fácilmente se combina con el oxígeno para formar $C^{2+}O$ o $C^{4+}O_2$.
- el potasio, K, pues, cede fácilmente su electron de valencia:

  $K \rightarrow K^{+} + 1e^{-}$

- el aluminio actúa como reductor frente a otros más oxidantes que él:

  $Al \rightarrow Al^{3+} + 3e^{-}$

- el $S^{4+}O_2$ es reductor, por su tendencia a pasar a $S^{6+}O_3^{=}$ o $S^{6+}O_4^{=}$
- el hidrógeno es reductor, sobre todo en estado atómico, por su tendencia a oxidarse:

$$H_2 + \frac{1}{2} O_2 \rightarrow H_2O$$

C-18.18. *Tenemos en un vaso una disolución de sulfato ferroso y en otro, disolución de sulfato cúprico. En la primera introducimos unos trozos de alambre de cobre, y en la segunda, alambre de hierro. ¿Qué crees que ocurrirá? Razona las respuestas.*

Solución Un trozo de cobre introducido en la disoluión de sulfato ferroso no reacciona, porque el cobre es menos reductor que el hierro y no le puede desplazar:

$SO_4Fe + Cu \rightarrow$ No reacciona

Un trozo de alambre de hierro introducido en la disolución de sulfato de cobre se recubre de cobre metálico a la vez que los átomos de hierro pasan a la disolución:

$SO_4Cu + Fe \rightarrow SO_4Fe + Cu$

El hierro se oxida ($Fe^{0} \rightarrow Fe^{2} + 2e^{-}$) y el cobre se reduce ($Cu^{2+} + 2e^{-} \rightarrow Cu$) y se deposita sobre el alambre de hierro.

C-18.19. *Indica razonadamente cuáles son los números de oxidación del cloro en los compuestos siguientes:*

ClK, ClOK, ClO_3K, ClO_4K

Solución En el ClK el cloro es (1 —), puesto que el K es (1 +).

$Cl + (1+) = 0 \rightarrow Cl = 1-$

En el ClOK, el cloro es (1 +)

$Cl + 1(-2) + (1+) = 0; \rightarrow Cl = 1+$

En el ClO_3K el cloro es (5 +)

$Cl + 3(-2) + (1+) = 0; \rightarrow Cl = 5+$

En el ClO_4K el cloro es (7 +)

$Cl + 4(-2) + (1+) = 0;\ Cl = 7+$

C-18.20. *Ajustar las reacciones de oxi-reducción siguientes:*

a) $NO_3H + S \rightarrow SO_4H_2 + NO.$
b) $SO_4H_2 + S \rightarrow SO_2 + H_2O.$
c) $MnO_4K + ClH \rightarrow Cl_2Mn + ClK + H_2O + Cl_2.$

Solución *a)* Se oxida el azufre y se reduce el nitrógeno.

Semi-ecuación de oxidación:

$S^{o} + 4OH^{-} - 6e^{-} \rightarrow S^{6+}O_4^{-} + 4H^{+}$

Semi-ecuación de reducción:

$N^{5+}O_3^{-} + 4H^{+} + 3e^{-} \rightarrow N^{2+}O + 2H_2O$

Multiplicamos la segunda por 2 para igualar los electrones intercambiados y luego las sumamos, reduciendo términos:

$S^{o} + 2N^{5+}O_3^{-} \rightarrow S^{6+}O_4^{-} + 2N^{2+}O$

Ecuación molecular:

$S + 2NO_3H \rightarrow SO_4H_2 + 2NO$

b) En esta reacción se reduce el azufre combinado y se oxida el azufre elemental.

Semi-ecuación de oxidación:

$S^{o} + 2OH^{-} - 4e^{-} \rightarrow S^{4+}O_2 + 2H^{+}$ (1)

Semi-ecuación de reducción:

$S^{6+}O_4^{-} + 4H^{+} + 2e^{-} \rightarrow S^{4+}O_2 + 2H_2O$

$2SO_4^{-} + 8H^{+} + 4e^{-} \rightarrow 2S^{4+}O_2 + 4H_2O$ (2)

Sumadas (1) y (2) y reduciendo términos, obtenemos la ecuación iónica global:

$2S^{6+}O_4^{-} + S^{o} + 4H^{+} \rightarrow 3S^{4+}O_2 + 2H_2O$

que equivale a: $2SO_4H_2 + S \rightarrow 3SO_2 + 2H_2O$

c) Se reduce el manganeso y se oxida el cloro.

Semi-ecuación de oxidación:

$2Cl^{-} - 2e^{-} \rightarrow Cl_2^{o}$ (1)

Semi-ecuación de reducción:

$Mn^{7+}O_4^{-} + 8H^{+} + 5e^{-} \rightarrow Mn^{2+} + 4H_2O$ (2)

Multiplicamos la (1) por 5 y la (2) por 2:

$10Cl^- - 10e^- \rightarrow 5Cl_2$ (1')

$2MnO_4^- + 16H^+ + 10e^- \rightarrow 2Mn^{2+} + 8H_2O$ (2')

Sumadas (1') y (2') se obtiene la ecuación iónica global:

$10Cl^- + 2MnO_4^- + 16\,H^+ \rightarrow 2Mn^{2+} + 8H_2O + 5Cl_2$

que equivale a:

$$\left\{\begin{array}{l} 10Cl^- + 2MnO_4^- + 16\,H^+ \rightarrow 2Mn^{2+} + 8H_2O + 5Cl_2 \\ 6ClH \end{array}\right.$$

$16ClH + 2MnO_4K \rightarrow 2Cl_2Mn + 2ClK + 8H_2O + 5Cl_2$

Las 6 moléculas de ClH no aparecen ajustadas porque hay $6Cl^-$ que no se oxidan, ni se reducen de los $16H^-$ que entran en la reacción.

C-18.21. *En solución acuosa, el ácido sulfuroso y el hipoclorito sódico reaccionan originando cloruro sódico y ácido sulfúrico. Formular y ajustar la reacción. ¿Cuál es el equivalente-gramo del hipoclorito sódico en esta reacción?*

Solución $SO_3H_2 + ClONa \rightarrow ClNa + SO_4H_2$

En esta reacción se oxida el azufre y se reduce el cloro.

Semi-ecuación de oxidación:

$S^{4+}O_3^{=} + OH^- - 2e^- \rightarrow S^{6+}O_4^{=} + H^+$

Semi-ecuación de reducción:

$Cl^{1+}O^- + 2H^+ + 2e^- \rightarrow Cl^- + H_2O$

Sumamos y reducimos términos:

$SO_3^{=} + ClO^- \rightarrow Cl^- + SO_4^{=}$

que equivale a la ecuación molecular:

$SO_3H_2 + ClONa \rightarrow ClNa + SO_4H_2$

$$\text{Equivalente del ClONa} = \frac{(ClONa)}{2} = \frac{74{,}46\ g}{2} = \mathit{37{,}23\ g.}$$

C-18.22. *Ajustar las siguientes reacciones de oxi-reducción:*

$$ClO_3K \longrightarrow ClK + ClO_4K$$
$$SO_3Na_2 \longrightarrow SNa_2 + SO_4Na_2$$
$$NO_3Na \longrightarrow NO_2Na + O_2$$

Solución En las ecuaciones (a) y (b) un mismo átomo se oxida y se reduce: son reacciones de oxi-reducción interna.

a) En ésta se oxida y se reduce el cloro:

Semi-ecuación de oxidación:

$Cl^{5+}O_3^- + OH^- - 2e \rightarrow Cl^{7+}O_4^- + H^+$ (1)

Semi-ecuación de reducción:

$Cl^{5+}O_3^- + 6H^+ + 6e^- \rightarrow Cl^- + 3H_2O \quad (2)$

Multiplicamos la (1) por 3 y le sumamos la (2):

$3ClO_3^- + ClO_3^- \rightarrow 3ClO_4^- + Cl^-$. Es decir:

$4ClO_3Na \rightarrow 3ClO_4Na + ClNa$

b) Aquí el elemento que se oxida y se reduce es el azufre.

Procedemos como en (a)

Oxidación: $S^{4+}O_3^{=} + OH^- - 2e^- \rightarrow S^{6+}O_4^{=} + H^+ \quad (1)$

Reducción: $S^{4+}O_3^{=} + 6H^+ + 2e^- \rightarrow S^{=} + 3H_2O \quad (2)$

Sumamos y reducimos (1) y (2);

$2SO_3^{=} \rightarrow SO_4^{=} + S^{=}$

que representa la ecuación molecular:

$2SO_3Na_2 \rightarrow SO_4Na_2 + SNa_2$

c) Aquí se oxida el oxígeno y se reduce el nitrógeno.

Oxidación: $2O^{=} - 4e^- \rightarrow O_2^0$

Reducción: $N^{5+}O_3^- + 2H^+ + 2e^- \rightarrow N^{3+}O_2^- + H_2O \quad (X2)$

$2NO_3^- \rightarrow 2NO_2^- + O_2$

Es decir: $2NO_3Na \rightarrow 2NO_2Na + O_2$

C-18.23. *Se reducen con el hidrógeno 20 gramos de óxido cúprico CuO. ¿Qué volumen de hidrógeno ha reaccionado? ¿Qué masa de Cu se ha obtenido? ¿Cuál es el equivalente-gramo del cobre en esta reacción?*

Solución Reacción: $OCu + H_2 \rightarrow H_2O + Cu$

$OCu = 16 + 63{,}5 = 79{,}5$

a) Según la reacción, un mol de OCu (= 79,5 g) reacciona con un mol de hidrógeno (= 22,4 lit en c.n.).

Por tanto: $\dfrac{79{,}5\ \text{g}}{22{,}400\ \text{lit}} = \dfrac{20\ \text{g}}{V}$; $\quad V = 5{,}64$ lit de H_2

b) $\dfrac{79{,}5\ \text{g OCu}}{63{,}5\ \text{g Cu}} = \dfrac{20\ \text{g OCu}}{m}$; $\quad m = 15{,}975$ g de Cu

c) Equivalente-gramo del cobre en esta reacción:

$$Eq_{Cu^{++}} = \frac{m_{atomica}}{\text{electrones intercambiados}} = \frac{63{,}5\ \text{g}}{2e^-} = 31{,}25\ \text{g}$$

C-18.24. *¿Qué cantidad de cinc se necesita para obtener el hidrógeno empleado en la reacción anterior cuando reacciona con exceso de ácido sulfúrico?*

Solución Reacción: $SO_4H_2 + Zn \rightarrow SO_4Zn + H_2$

65,38 g de cinc reducen 22,4 lit de H_2 en c.n.

Por tanto: $$\frac{65{,}38 \text{ g Zn}}{22{,}400 \text{ lit } H_2} = \frac{x}{5{,}64 \text{ lit } H_2}$$

$x = 16{,}46$ g de Zn.

C-18.25. *Calcular el equivalente-gramo del MnO_4K en la reacción redox c) del número 18-20.*

Solución Equivalente-gramo del MnO_4K en medio ácido:

$$Eq = \frac{(MnO_4K)}{5} = \frac{(55 + 4 \cdot 16 + 39) \text{ g}}{5} = 31{,}6 \text{ g},$$

pues en esta reacción el MnO_4K se reduce a sal maganosa, captando 5 electrones.

C-18.26. *Calcular la masa de MnO_4K que se necesita para preparar 3 litros de disolución de esa sal decinormal.*

Solución El equivalente-gramo del MnO_4K es 31,6 g. Una disolución O, 1 N contiene 3,16 g por litro de disolución. Es decir: $^1/_{10}$ Eq-g. En 3 litros de esta disolución habrá:

$m = 3{,}16 \text{ g/lit} \cdot 3 \text{ lit} = 9{,}48 \text{ g de } MnO_4K$

C-18.27. *Se emplean 0,5 moles de SO_4H_2 en oxidar cobre ¿Qué cantidad de cobre ha reaccionado?*

Solución En la reacción $2SO_4H_2 + Cu \rightarrow SO_4Cu + SO_2 + 2H_2O$

reaccionan 2 moles de SO_4H_2 ($= 2 \cdot 98$ g) con 63,54 g de Cu
0,5 moles de SO_4H_2 ———— con x

$$x = 63{,}54 \text{ g} \cdot \frac{0{,}5 \text{ moles } SO_4H_2}{2 \text{ moles } SO_4H_2} = 15{,}885 \text{ g Cu}$$

C-19.1. *El carbono se dice que es reductor; ¿por qué?*

Solución El carbono es reductor porque tiene tendencia a combinarse con el oxígeno, en condiciones apropiadas, para formar óxidos de carbono. Así reduce en el alto horno a los óxidos de hierro y deja el hierro libre:

$$2Fe_2O_3 + 3C \rightarrow 3CO_2 + 4Fe$$

C-19.2. *El diamante y el grafito son dos formas alotrópicas del carbono. ¿A qué se deben sus propiedades tan distintas?*

Solución El diamante y el grafito son dos formas alotrópicas del carbono puro. Sus propiedades tan diferentes se deben a la diferente estructura cristalina que poseen.

C-19.3. *El diamante es muy duro y el grafito es blando; ¿por qué?*

Solución El diamante es duro por la unión compacta y fuerte que las cuatro covalencias de cada átomo de carbono crean en la red tetraédrica; su estructura extendida en las tres dimensiones es muy estable y, tan dura, que hace del diamante la más dura de todas las sustancias naturales conocidas y de punto de fusión muy elevado (3 500º C).

Probablemente esto se debe a las posiciones rígidamente definidas de los átomos de carbono y a los enlaces dirigidos.

El grafito es blando porque son débiles los enlaces que tiene entre las láminas inmediatas, por lo que se deslizan fácilmente unas sobre otras.

C-19.4. *¿Qué tipo de enlace hay en el diamante, en el grafito y en el metano? ¿En qué se diferencian?*

Solución Las tres sustancias poseen enlaces covalentes. En el diamante y grafito son enlaces C-C; en el metano, carbono-hidrógeno, C-H.

En el diamante, cada átomo de carbono está rodeado por otros cuatro a distancias iguales, mientras que en el grafito cada átomo de carbono está rodeado por otros tres, que a su vez lo están por otros tres, dando origen a moléculas laminares gigantes dispuestas paralelamente y unidas entre sí por fuerzas de Van der Waals.

Los enlaces covalentes del metano son polares, con condensación de carga negativa en la región del carbono, pero la molécula es homopolar, por simetría.

C-19.5. *La calcinación del CO_3Ca produce un gas y da un residuo sólido. Escribir esa reación y nombrar los productos obtenidos.*

Solución

CO_3Ca + calor	$\longrightarrow$	CaO	+	CO_2
carbonato de Ca		óxido de Ca (s)		dióxido de C (gas)

C-19.6. *En la reacción anterior, ¿hay oxidación o reducción de algún átomo?*

Solución Es una reacción de descomposición en la que no se oxida ni se reduce ningún átomo.

C-19.7. *Indicar las diferencias principales entre el CO y el CO_2. ¿Por qué el CO es reductor? Dar algún ejemplo.*

Solución El monóxido de C, CO, es tóxico, menos denso que el aire y reductor.
El CO_2 no es tóxico, más denso que el aire y no es reductor. Por estos motivos se usa como extintor de incendios porque no es combustible y crea entre el fuego y el aire una capa aislante que impide la continuación del fuego al impedir el acceso del oxígeno para la combustión.
El CO es reductor porque tiende a pasar al estado más estable, el CO_2.
Así: $ZnO + CO \rightarrow CO_2 + Zn$, el óxido de cinc se reduce en presencia de CO y queda el metal libre. Y como éste, otros procesos similares en metalurgia.

C-19.8. *Al pasar una corriente de CO_2 por agua de cal se forma un precipitado. Escribir la reacción.*

Solución El CO_2 con agua de cal forma un precipitado de carbono cálcico insoluble.

$CO_2 + Ca(OH)_2 \rightarrow CO_3Ca + H_2O$

Por esta reacción se reconoce el CO_2 que expelemos al respirar.

C-19.9. *La disolución acuosa de CO_2 tiene carácter ácido; ¿por qué?*

Solución La disolución del CO_2 en agua tiene carácter ácido porque se combina con el agua y libera iones hidrógeno (H^+) según la reacción.

$CO_2 + H_2O \rightarrow CO_3H^- + H^+$

Se admite que la disolución del CO_2 en agua origina el ácido carbónico, CO_3H_2, aunque tal ácido no se ha podido aislar.

C-19.10. *El gas de agua es un combustible empleado en la industria. ¿Por qué? ¿Cómo se obtiene?*

Solución El gas de agua es la mezcla de los gases CO y H_2. Se obtiene al hacer pasar vapor de agua sobre carbón ardiendo:

$C + H_2O\ (vap) \rightarrow CO + H_2 \qquad (1)$

Tanto el monóxido de carbono, CO, como el hidrógeno, son buenos combustibles y por eso se emplea en la industria sustituyendo al gas natural cuando no se tiene este último.
Como la reacción (1) es endotérmica, el carbono se enfría y terminaría por apagarse.
Para evitarlo se pasan alternativamente corrientes de vapor de agua y de aire.

$2C + (N_2 + O_2) \longrightarrow CO + N_2$ (gas pobre)

$C + H_2O\ (vap) \rightarrow CO + H_2$ (gas de agua)

C-19.11. *El gas pobre o gas de gasógeno es de menor poder calorífico que el gas de agua; ¿por qué?*

Solución El gas pobre, mezcla de $N_2 + CO$, se obtiene al pasar el aire sobre carbón al rojo y es menos calorífico que el gas de agua, porque el nitrógeno no es combustible y sólo arde el CO; mientras que el gas de agua contiene hidrógeno, que es buen combustible.

C-19.12. *Hay más compuestos derivados del carbono que todos los que forman los demás elementos; ¿a qué se debe esto?*

Solución Se debe el gran número de compuestos de carbono a que los átomos de carbono pueden enlazarse consigo mismos para formar cadenas de longitud diferente; además, los átomos de carbono pueden compartir entre sí uno, dos o tres pares de electrones, originando los enlaces sencillos, dobles y triples; los átomos de hidrógeno de las cadenas carbonadas pueden ser sustituidos por otros átomos o por grupos atómicos, dando lugar a gran variedad de compuestos; y finalmente, una misma agrupación molecular puede adoptar formas diferentes originando compuestos de igual composición porcentual, pero de diferente estructura y propiedades (isótopos).

C-19.13. *El carbono es tetravalente y sus enlaces son siempre covalentes; ¿por qué?*

Solución El carbono tiene cuatro electrones de valencia y, en consecuencia, el carbono reacciona normalmente compartiendo esos cuatro electrones con otros átomos para completar su octete exterior, y no tiene suficiente electronegatividad para atraer a su entorno los electrones de esos átomos, ni tampoco los cede, porque no es suficientemente metálico o reductor para perder los electrones de valencia.

C-19.14. *Se dice que las covalencias del carbono son dirigidas; ¿qve se quiere decir con esto?*

Solución Que los enlaces covalentes que forma el carbono están dirigidos en una dirección dada. Así, en el metano, CH_4, los cuatro enlaces C-H están orientados del centro a los vértices del tetraedro regular formando entre sí ángulos de 109° 28'.

C-19.15. *¿Qué son los hidrocarburos? ¿Dónde se encuentran?*

Solución Hidrocarburos son compuestos que constan exclusivamente de carbono e hidrógeno y existen en gran cantidad, principalmente, en el petróleo.

C-19.16. *¿De dónde proceden el petróleo y los carbones naturales?*

Solución El petróleo se cree que se ha formado del plancton marino de épocas remotas sepultado en el interior de la tierra, el cual, en ausencia del aire y por acción del calor de la tierra y elevada presión, junto con las bacterias y catalizadores lo han transformados en hidrocarburos.

Por fosilización de las plantas superiores, en ausencia del aire y bajo los efectos de presiones elevadas se han formado los carbones naturales. Estos contienen, además de carbono, cantidad apreciable de otros elementos como oxígeno, hidrógeno, nitrógeno y algo de azufre.

PROBLEMAS DE APLICACION

P-19.1. *Calcular la masa de 3 litros de:*

a) *Oxido de carbono, CO.*
b) *Dióxido de carbono, CO_2.*
c) *Metano en condiciones normales.*

Solución *a)* Masa de 3 litros de CO en c.n.

Un mol de CO ocupa 22,40 lit.

Luego: $\dfrac{(12 + 16)\text{ g CO}}{22{,}40\text{ lit}} = \dfrac{m_1}{3\text{ lit}}$; $\quad m_1 = 3{,}75\text{ g}$

b) Masa de 3 litros CO_2

$$\frac{(12 + 32)\text{ g } CO_2}{22{,}40\text{ lit}} = \frac{m_2}{3\text{ lit}} \quad ; \quad m_2 = 5{,}89\text{ g}$$

c) Masa de 3 litros de CH_4

$$\frac{(12 + 4)\ g\ CH_4}{22{,}40\ lit} = \frac{m_3}{3\ lit} \quad ; \quad m_3 = 2{,}14\ g$$

P-19.2. *Calcular el volumen que ocupan en condiciones normales de p y t una masa de 20 g de:*

a) *CO;* b) *CO_2* c) *CH_4.*

Solución Un mol de gas en c. n. ocupa 22,40 lit.

Mol de $CO = 28$ g; mol de $CO_2 = 44$ g; mol de $CH_4 = 16$ g.

Por tanto:

a) $$\frac{28\ g\ CO}{22{,}40\ lit} = \frac{20\ g\ CO}{x} \quad ; \quad x = 16\ lit$$

b) $$\frac{44\ g\ CO_2}{22{,}40\ lit} = \frac{20\ g\ CO_2}{y} \quad ; \quad y = 10{,}18\ lit$$

c) $$\frac{16\ g\ CH_4}{22{,}40\ lit} = \frac{20\ g\ CH_4}{z} \quad ; \quad z = 28\ lit$$

P-19.3. *Calcular la densidad respecto del aire del* a) *CO;* b) *CO_2;* c) *CH_4.*

Solución $$d = \frac{\text{Masa}}{\text{Volumen}} \quad ; \quad d_r = \frac{d}{d_{aire}} = \frac{\dfrac{\text{Mol gas}}{22{,}4\ lit}}{\dfrac{\text{Mol aire}}{22{,}4\ lit}} = \frac{\text{Mol gas}}{\text{Mol aire}}$$

a) $$d_r \text{ del } CO = \frac{28\ g}{28{,}88\ g} = 0{,}97$$

b) $$d_r \text{ del } CO_2 = \frac{44\ g}{28{,}88\ g} = 1{,}52$$

c) $$d_r \text{ del } CH_4 = \frac{16\ g}{28{,}88\ g} = 0{,}55$$

P-19.4. *Calcular los litros de CO_2 que se forman con 196 g de nieve carbónica, medidos en c.n.*

Solución La nieve carbónica es el CO_2 solidificado.

$$\frac{44\ g\ CO_2}{22{,}4\ lit} = \frac{196\ g\ CO_2}{x} \quad ; \quad x = 99{,}782\ lit$$

P-19.5. *Calcular los gramos de carbón que se necesitan para reducir a cobre metálico:*

a) *16 g de CuO;*
b) *0.2 moles de CuO,*

si se forma en ambos procesos CO_2.

Solución a) Reacción:

$$2\ CuO + C \xrightarrow[calor]{} CO_2 + 2\ Cu$$

Según la reacción:

$$\frac{159{,}08\ g\ CuO}{12\ g\ C} = \frac{16\ g\ CuO}{x} \quad ; \quad x = 1{,}2\ g\ C$$

b) Con 12 g de carbón se reducen 2 moles de CuO
Con y g de carbón se reducen 0,2 moles de CuO

$$y = 12\ g \cdot \frac{0{,}2\ moles}{2\ moles} = 1{,}2\ g\ de\ C$$

P-19.6. *Escribir la reacción para formar carburo cálcico C_2Ca, a partir de carbono y óxido de calcio. ¿Qué cantidad de óxido cálcico se necesita para obtener una tonelada de carburo cálcico?*

Solución Reacción:

$$2\ CaO + 5\ C \rightarrow 2\ C_2Ca + CO_2$$

Según esto:

$$\frac{2 \cdot 56\ kg\ CaO}{2 \cdot 64\ kg\ C_2Ca} = \frac{x}{1\,000\ kg\ C_2Ca} \quad ; \quad x = 875\ kg$$

P-19.7. *Calcular el carbón puro que se necesita para obtener:*

a) *4,4 g;* b) *1,25 moles;* c) *112 litros de CO_2 en c.n.*

Solución Oxidación del C: $C + O_2 \rightarrow CO_2$

a) $$\frac{12\ g\ C}{44\ g\ CO_2} = \frac{x}{4{,}4\ g\ CO_2} \quad ; \quad x = 1{,}2\ g\ de\ C$$

b) $$\frac{12\ g\ C}{1\ mol\ CO_2} = \frac{y}{1{,}25\ moles\ CO_2} \quad ; \quad y = 15\ g\ de\ C$$

c) $$\frac{12\ g\ C}{22{,}4\ lit\ CO_2} = \frac{z}{112\ lit\ CO_2} \quad ; \quad z = 60\ g\ de\ C$$

P-19.8. *Calcinando mármol se obtuvieron 448 litros de CO_2 en c.n.; ¿qué cantidad de cal viva se produjo?*

Solución Calcinación:

$$\underset{1\ mol}{CO_3Ca} + calor \rightarrow \underset{1\ mol}{CaO} + \underset{1\ mol}{CO_2}$$

La calcinación de 1 mol de CO_3Ca produce un mol de CaO y otro mol de CO_2.

Es decir:

$$\frac{22{,}4\ lit\ de\ CO_2}{(40 + 16)\ g\ CaO} = \frac{448\ lit\ CO_2}{x} \quad ; \quad x = 1{,}120\ kg\ de\ CaO.$$

P-19.9. *Hallar la cantidad de ácido clorhídrico que debe reaccionar con carbonato cálcico puro para obtener:*

a) *2,2 kg de CO_2;*

b) *Mil moles (un kilomol);*

c) *0,224 m^3 de CO_2 en c.n.*

Solución Reacción:

$$CO_3Ca + 2\ ClH \rightarrow Cl_2Ca + CO_2 + H_2O$$

a) $\left.\begin{array}{l} 2 \cdot 36{,}5 \text{ kg de ClH producen } 44 \text{ kg de } CO_2 \\ x \text{ kg de ClH producen } 2{,}2 \text{ kg de } CO_2 \end{array}\right\} x = 3{,}65 \text{ kg de ClH}$

b) $\left.\begin{array}{l} 2 \text{ moles de ClH producen un mol de } CO_2 \\ y \text{ de ClH producen } 1\,000 \text{ moles de } CO_2 \end{array}\right\} \begin{array}{l} y = 2\,000 \text{ moles de ClH} = 2\,000 \text{ moles} \cdot \\ 36{,}5 \text{ g/mol} = 73 \text{ kg de ClH} \end{array}$

c) $\left.\begin{array}{l} 2 \cdot 36{,}5 \text{ g de ClH producen } 22{,}4 \text{ lit de } CO_2 \\ z \text{ g de ClH producen } 224 \text{ lit de } CO_2 \end{array}\right\} \begin{array}{l} z = 2 \cdot 36{,}5 \text{ g} \cdot \dfrac{224}{22{,}4} = 730 \text{ g} = 0{,}73 \text{ kg} \\ \text{de ClH.} \end{array}$

P-19.10. *Si quemamos 15 litros de CO en presencia de 20 litros de oxígeno, ¿cuánto oxígeno sobra?*

Solución Reacción:

$$CO + \frac{1}{2} O_2 \rightarrow CO_2$$

$\left.\begin{array}{l} 22{,}4 \text{ lit de CO consumen } 11{,}2 \text{ lit de oxígeno} \\ 15 \text{ lit de CO consumen } x \text{ lit de oxígeno} \end{array}\right\} x = 11{,}2 \text{ lit} \cdot \dfrac{15}{22{,}4} = 7{,}5 \text{ lit de oxígeno}$

Oxígeno sobrante:

$$V = 20 \text{ lit} - 7{,}5 \text{ lit} = 12{,}5 \text{ lit}$$

P-19.11. *Quemamos 40 g de carbón formándose CO_2. ¿Qué volumen de aire y de oxígeno se precisan?*

Solución Combustión: $C + O_2 \rightarrow CO_2$

$\left.\begin{array}{l} 12 \text{ g de C consumen } 22{,}4 \text{ lit de } O_2 \text{ al arder} \\ 40 \text{ g de C consumen } x \text{ lit de } O_2 \text{ al arder} \end{array}\right\} x = 22{,}4 \text{ lit} \cdot \dfrac{40}{12} = 74{,}667 \text{ lit de } O_2$

Admitiendo que el oxígeno entra en la proporción de 1/5 en el aire, se necesitarán:

$V = 74{,}667$ litros $\cdot\ 5 = 373{,}335$ litros de aire.

P-19.12. *Calcular los gramos de caliza de 85 por 100 en riqueza de CO_3Ca que han de ser tratados con ácido clorhídrico para obtener 12 litros de CO_2 medidos a 20° C y 740 mm de presión.*

Solución Reacción: $CO_3Ca + 2\ ClH \rightarrow Cl_2Ca + CO_2 + H_2O$

Mol del $CO_3Ca = 100$ g

Volumen de CO_2 medido en condiciones normales:

$$\frac{PV}{T} = \frac{P_o V_o}{T_o} \quad ; \quad V_o = V \cdot \frac{P T_o}{P_o T} = 12 \text{ lit} \frac{740\ (273 + 20)}{760 \cdot 273} = 12{,}540 \text{ lit}$$

$$\frac{100 \text{ g } CO_3Ca}{22{,}4 \text{ lit } CO_2} = \frac{m}{12{,}540 \text{ lit}} \quad ; \quad m = 55{,}98 \text{ g de } CO_3Ca$$

Caliza que debe tratarse, de 85 % de CO_3Ca:

$$m' = 55{,}98 \text{ g} \cdot \frac{100}{85} = 65{,}86 \text{ g de caliza}$$

P-19.13. *Calcular el volumen de óxido de carbono que se necesita para reducir 10 g de ZnO y los cc de CO_2 que se forman, medidos en las mismas condiciones de presión y temperatura.*

Solución Reducción: $ZnO + CO \rightarrow CO_2 + Zn$

a) Mol de $ZnO = 81{,}38$ g

$$\frac{81{,}38 \text{ g } ZnO}{22{,}4 \text{ lit } CO} = \frac{10 \text{ g } ZnO}{V} \quad ; \quad V = 2{,}753 \text{ litros de } CO$$

b) 1 mol de CO produce 1 mol de CO_2.

Y también:

1 litro de CO produce 1 litro de CO_2

2,753 litros de CO producen 2,753 litros de CO_2.

P-19.14. *Hacemos reaccionar CO_3Na_2 con exceso de ácido sulfúrico. Calcular el volumen de CO_2, en c.n., que se desprende. Si tomamos la misma cantidad de CO_3HNa, ¿qué volumen de CO_2 se desprendería, en las mismas condiciones?*

Solución Reacciones:

(1) $CO_3Na_2 + SO_4H_2 \rightarrow SO_4Na_2 + CO_2 + H_2O$

(2) $CO_3HNa + SO_4H_2 \rightarrow SO_4HNa + CO_2 + H_2O$

Mol del $CO_3Na_2 = 106$ g

En (1):

De 1 mol de CO_3Na_2 (106 g) se obtiene 1 mol de CO_2; 22.4 lit

En la (2):

De 1 mol de CO_3HNa (= 84 g) se obtiene 1 mol de CO_2; 22,4 lit

Con 106 g de CO_3HNa obtendremos V.

$$V = 22{,}4 \text{ lit} \cdot \frac{106 \text{ g}}{84 \text{ g}} = 28{,}267 \text{ litros de } CO_2$$

P-19.15. *Hallar el volumen de CO_2 (en c.n.) que se obtiene al reaccionar 500 g de CO_3Ca con ClH en cantidad suficiente; ¿qué cantidad de ClH se precisa para esta reacción? Si el ClH proviene de una disolución 6 N, ¿qué volumen de disolución se necesita?*

Solución Reacción: $CO_3Ca + 2\ ClH \rightarrow Cl_2Ca + CO_2 + H_2O$

a) Mol de $CO_3Ca = 100$ g

$$\frac{100 \text{ g } CO_3Ca}{22{,}4 \text{ lit } CO_2} = \frac{500 \text{ g } CO_3Ca}{V} \quad ; \quad V = 22{,}4 \text{ lit} \cdot \frac{500}{100} = 112 \text{ lit de } CO_2$$

b) $$\frac{2 \cdot 36{,}5 \text{ g ClH}}{100 \text{ g } CO_3Ca} = \frac{m}{500 \text{ g } CO_3Ca} \quad ; \quad m = 73 \text{ g} \cdot \frac{500}{100} = 365 \text{ g de ClH}$$

c) En un litro de disolución 6 N = 6 Eq/litro hay:

$6 \text{ Eq/lit} \cdot 36{,}5 \text{ g/Eq}_{ClH} = 219 \text{ g de ClH}$

Por tanto:

$$\frac{1 \text{ lit de ClH 6 N}}{219 \text{ g ClH}} = \frac{V'}{365 \text{ g ClH}} \quad ;$$

$$V' = 1 \text{ lit disol} \cdot \frac{365}{219} = 1{,}667 \text{ lit de disol 6 N.}$$

P-19.16. *El ácido sulfúrico reacciona con el carbonato de magnesio y se desprende el dióxido de carbono. Formula la reacción e indica los productos que se originan. Calcular el ácido sulfúrico de 90 por 100 de riqueza en ácido que se debe emplear para reaccionar con 4 kilos de CO_3Mg.*

Solución *a)* Reacción:

$$CO_3Mg + SO_4H_2 \rightarrow \underset{\text{sulfato de Mg}}{SO_4Mg} + CO_2 + H_2O$$

b) Mol de $CO_3Mg = 84{,}3$ g

$$\frac{84{,}3 \text{ g } CO_3Mg}{98 \text{ g } SO_4H_2} = \frac{4\,000 \text{ g } CO_3Mg}{m} \quad ; \quad m = 98 \text{ g} \cdot \frac{4\,000}{84{,}3} = 4{,}650 \text{ kg}$$

Masa de la disolución sulfúrica de 90 % de SO_4H_2:

$$m' = 4{,}650 \text{ kg} \frac{100}{90} = 5{,}167 \text{ kg de disolución}$$

P-19.17. *Se calcinan 30 g de piedra caliza que contiene 85 por 100 de carbonato cálcico. Hallar el volumen de CO_2 que se desprende, medido en c.n., y el volumen de disolución de NaOH 1 N que se necesita para neutralizar el CO_2 desprendido.*

Solución *a)* Contenido de CO_3Ca en 30 g de caliza:

$$m = 30 \text{ g} \cdot \frac{85}{100} = 25{,}5 \text{ g de } CO_3Ca$$

Calcinación:

$CO_3Ca + calor \rightarrow CO_2 + CaO$

$$\left.\begin{array}{ll} 100\ g & 22{,}4\ lit \\ 25{,}5\ g & V \end{array}\right\} \quad V = 22{,}4\ lit \cdot \frac{25{,}5}{100} = 5{,}712\ lit\ de\ CO_2$$

b) En 5,712 lit de CO_2 hay: $n = \dfrac{5{,}712\ lit}{22{,}4\ lit/mol} = 0{,}255$ moles.

que equivalen a:

$m' = 0{,}255\ moles \cdot 2\ Eq/mol = 0{,}510\ Eq\ de\ CO_2$

Neutralización:

$2\ NaOH + CO_2 \rightarrow CO_3Na_2 + H_2O$

En esta reacción han reaccionado 0,51 Eq de CO_2 con 0,51 Eq de NaOH.

Como 1 litro de disolución 1 N de NaOH contiene 1 Eq de NaOH

V litro de disolución 1 N de NaOH contiene 0,51 Eq de NaOH

$$V = 1\ lit \cdot \frac{0{,}51}{1} = 0{,}51\ lit = 510\ cc\ de\ disolución$$

P-19.18. *Al reaccionar el CO_2 del problema anterior con hidróxido de sodio 1 N se forma el carbonato sódico. Hallar los equivalentes gramos de CO_3Na_2 que se han obtenido.*

Solución Según la reacción de neutralización del problema anterior, al reaccionar 2 Eq de NaOH con 2 Eq-g de CO_2 se obtiene un mol de CO_3Na_2, es decir, 2 equivalentes. Luego al reaccionar 0,51 Eq-g de esos productos se obtienen 0,51 Eq de CO_3Na_2, es decir:

$m = 0{,}51\ Eq\text{-}g \cdot 53\ g/Eq = 27{,}03\ g\ de\ CO_3Na_2$

P-19.19. *Al quemar completamente 10 g de carbono, los gases de la combustión se hacen pasar a través de 1 000 cc de disolución 2N de NaOH. Calcular:*

a) *el aumento de peso que experimenta la disolución;*
b) *los gramos de NaOH que queden sin reaccionar;*
c) *dibujar un esquema del aparato que se emplearía para producir estas reacciones.*

Solución La combustión completa del C produce CO_2.

$C + O_2 \rightarrow CO_2$

$$\left.\begin{array}{ll} 12\ g & 44\ g \\ 10\ g & m \end{array}\right\} \quad m = 44\ g \cdot \frac{10}{12} = 36{,}667\ g$$

Neutralización:

$CO_2 + 2\ NaOH \rightarrow CO_3Na_2 + H_2O \quad (1)$

En un litro de disolución 2 N de NaOH hay 2 equivalentes-gramo, es decir:

$m = 2\ Eq \cdot 40\ g/Eq = 80\ g\ de\ NaOH.$

a) Según la reacción (1):

En esa disolución hay 80 g de NaOH y se obtienen 106 g de CO_3Na_2 cuando reaccionan 44 g de CO_2. En este caso han reaccionado 36,667 g de CO_2, lo que supone:

$$m = 106\ g \cdot \frac{36,667}{44} = 88,33\ g\ de\ CO_3Na_2$$

El incremento de la masa ha sido:

$$\Delta m = (88,33 - 80)\ g = 8,33\ gramos$$

b) $$\frac{106\ g\ CO_3Na_2}{80\ g\ NaOH} = \frac{88,33\ g\ CO_3Na_2}{m'}$$

$$m' = 80\ g \cdot \frac{88,33}{106} = 66,66\ g\ de\ NaOH$$

que han reaccionado.

Quedan sin reaccionar: $\Delta m' = (80 - 66,66)\ g = 13,34\ g$ de NaOH.

P-19.20. *El agua dura contiene en disolución bicarbonato cálcico. Si hacemos hervir el agua dura, el bicarbonato se descompone en carbonato cálcico insoluble y gas carbónico. Formula esta reacción.*

Solución $(CO_3H)_2Ca + calor \rightarrow CO_3Ca (\downarrow) + CO_2 + H_2O$

P-19.21. *Calcular los kilogramos de carburo cálcico que se pueden obtener con 1 000 kg de carbón de 90 por 100 de riqueza en carbono, si el rendimiento de la operación es del 85 por 100.*

Solución Carbono contenido en 1 000 kg de carbón:

$$m = 1\,000\ kg \cdot \frac{90}{100} = 900\ kg\ de\ C$$

$$2CaO + 5C \rightarrow 2C_2 + CO_2$$

$$\frac{5 \cdot 12\ kg\ de\ C}{2 \cdot 64\ kg\ de\ C_2Ca} = \frac{900\ kg\ C}{x}$$

$$x = 2 \cdot 64\ kg \cdot \frac{900}{5 \cdot 12} = 1\,920\ kg\ de\ C_2Ca$$

En esta operación se pierde el 15 por 100, luego en realidad se obtienen:

$$m' = 1\,920\ kg \cdot \frac{85}{100} = 1\,632\ kg\ de\ C_2Ca$$

P-19.22. *Calcular los gramos de CO_2 que se pueden reducir con carbono para obtener:*

a) *5,6 g de CO;*
b) *10 moles de CO;*
c) *11,2 litros de CO en c.n.*

Solución *a)* $CO_2 + C \rightarrow 2\,CO$

$$\frac{44\ gCO_2}{2 \cdot 28\ g\ CO} = \frac{m}{5,6\ g\ CO}; \qquad m = 5,6\ g \cdot \frac{2 \cdot 28}{44} = 7,13\ g\ de\ CO_2$$

b) $\dfrac{1 \text{ mol } CO_2}{2 \text{ moles } CO} = \dfrac{n}{10 \text{ moles } CO}$; $\quad n = \dfrac{10}{2} = 5$ moles de CO_2

c) $\dfrac{22{,}4 \text{ lit } CO_2}{2 \cdot 22{,}4 \text{ lit } CO} = \dfrac{V}{11{,}2 \text{ lit } CO}$;

$$V = 11{,}2 \text{ lit} \cdot \frac{22{,}4}{2 \cdot 22{,}4} = 5{,}6 \text{ lit de } CO_2$$

P-19.23. *Escribir la reacción del gas de agua. ¿Qué cantidad de carbono se necesita para preparar 10 kilomoles de ese gas? ¿Qué cantidad de CO se forma en este proceso?*

Solución $C + H_2O \text{ (vapor)} \rightarrow (CO + H_2)$ (gas de agua)

a) Un mol de C produce un mol de gas de agua. Para obtener 10 kilomoles de gas se necesitarán 10 kilomoles de carbono, es decir:

$m = 10\,000 \text{ moles} \cdot 12 \text{ g/mol} = 120 \text{ kg de C}.$

b) Un mol de gas de agua contiene un mol de CO; 10 kilomoles de gas de agua contienen 10 kilomoles de CO.

P-19.24. *En un tubo de combustión se introducen virutas de CuO y se calientan. Se hace pasar a su través una corriente de gas CO, y el gas resultante, 125 cm³, se hace pasar a través de una disolución de hidróxido de potasio, donde es retenido en forma de carbonato. Calcular:*

a) *la masa de CuO que se ha reducido;*
b) *el cobre obtenido;*
c) *el gas obtenido en la reducción;*
d) *el carbonato potásico que se forma.*

Solución Reducción: $CuO + CO \rightarrow CO_2 + Cu \quad (1)$

a) Cuando se forman 22 400 cm³ de CO_2 se reducen 79,54 g de CuO. Aquí se han obtenido 125 cm³ de CO_2. Luego escribimos:

$$\frac{22\,400 \text{ cm}^3\, CO_2}{79{,}54 \text{ g } CuO} = \frac{125 \text{ cm}^3\, CO_2}{m}; \quad m = 79{,}54 \text{ g} \cdot \frac{125}{22\,400} = 0{,}44 \text{ g de CuO reducido}$$

b) De (1):

$$\frac{79{,}54 \text{ g } CuO}{63{,}34 \text{ g } Cu} = \frac{0{,}44 \text{ g } CuO}{m'}; \quad m' = 63{,}54 \text{ g} \cdot \frac{0{,}44}{79{,}54} = 0{,}35 \text{ g de Cu}$$

c) De (1):

$$\frac{79{,}54 \text{ g } CuO}{44 \text{ g } CO_2} = \frac{0{,}44 \text{ g } CuO}{m''}; \quad m'' = 44 \text{ g} \cdot \frac{0{,}44}{79{,}54} = 0{,}24 \text{ g de } CO_2$$

d) Neutralización:

$$2KOH + CO_2 \rightarrow CO_3K_2 + H_2O \quad (2)$$

$$\frac{44 \text{ g } CO_2}{138 \text{ g } CO_3K_2} = \frac{0{,}24 \text{ g } CO_2}{m'''}; \quad m''' = 138 \text{ g} \cdot \frac{0{,}24}{44} = 0{,}75 \text{ g de } CO_3K_2$$

INDICE

bruño